Programme de colles n°29
du 26 au 29 mai 2026

Chapitre 26 – Espaces vectoriels de dimension finie

1. Définition de la dimension d'un espace vectoriel de dimension finie.
2. Dimension d'un sous−espace vectoriel.
3. Théorème de la base extraite et de la base incomplète.
4. Familles libres et génératrices en dimension finie.
5. Rang d'une famille de vecteurs : définition, lien avec les matrices.

Chapitre 28 – Applications linéaires et matrices

1. Définition d'une application linéaire entre deux espaces vectoriels.
2. Opérations sur les applications linéaires : combinaison linéaires, composée, bijection réciproque.
3. Noyau et image d'une application linéaire : définition et liens avec la surjectivité et l'injectivité.
4. Définition de la matrice d'une application linéaire dans des bases
5. Application canoniquement associée à une matrice
6. Rang d'une matrice

Questions de cours.

1. $\mathbb{R}[\mathbf{X}]$ est de dimension infinie.
   (Chap 26, thm 5.2).
2. La composée de deux applications linéaires est une application linéaire.
   (Chap 27, thm 9.)
3. Le noyau d'une application linéaire de $\mathbb{R}^p$ dans $\mathbb{R}^n$ est un sous−espace vectoriel de $\mathbb{R}^p$.
   (Chap. 28, thm 17.1)
4. Soit f une application linéaire de $\mathbb{R}^p$ dans $\mathbb{R}^n$.
   Si $\mathrm{Ker}(f) = \left\{\overrightarrow{0_p}\right\}$ alors f est injective de $\mathbb{R}^p$ dans $\mathbb{R}^n$.
   (Chap 27, thm 17.2).
5. L'image d'une application linéaire de $\mathbb{R}^p$ dans $\mathbb{R}^n$ est un sous−espace vectoriel de $\mathbb{R}^n$.
   (Chap. 28, thm 22.1)
6. Soit f une application linéaire de $\mathbb{R}^p$ dans $\mathbb{R}^n$. Détermination d'une famille génératrice de $\mathrm{Im}(f)$.
   (Chap 27, thm 47)