

## DS 0 – Mathématiques

Mercredi 13 Septembre 2023

Durée de l'épreuve : 45 minutes

La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. Les candidats sont invités à **encadrer**, dans la mesure du possible, les résultats de leurs calculs et les conclusions de leurs raisonnements.

L'usage de document est interdit ainsi que celui de la calculatrice. Les téléphones portables doivent être éteints.

Le devoir est composé de six exercices.

**Exercice 1.** Donner les expressions suivantes sous forme de fraction irréductible :

1.  $\left(\frac{136}{15} - \frac{28}{5} + \frac{62}{10}\right) \times \frac{27}{24}$ ,

2.  $\frac{6003}{1000 \times 1002 - 999 \times 1001}$ .

**Exercice 2.** Écrire aussi simplement que possible les quantités suivantes, en justifiant lorsque c'est nécessaire :

1.  $\sqrt{(\sqrt{7} - 3)^2}$ ,

2.  $\left(\frac{4 - \sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right)^2$ .

**Exercice 3.** Simplifier au maximum les quantités suivantes (on ne demande pas de préciser pour quelles valeurs de  $x$  ou  $y$  les calculs sont valables).

1.  $\frac{(-x^2y)^3 \times (xy)^{-1}}{(y\sqrt{x})^6}$ ,

3.  $\frac{x - \frac{1}{x}}{1 - \frac{1}{x}}$ .

2.  $\frac{x+1}{(x-1)^2(x+2)^3} - \frac{x-3}{(x-1)^3(x+2)^2}$ ,

**Exercice 4.** Rendre rationnels les dénominateurs des expressions suivantes :

1.  $\frac{1 + \sqrt{7}}{\sqrt{8} - \sqrt{7}}$ ,

2. Pour  $n > 1$ ,  $\frac{2}{\sqrt{n+1} - \sqrt{n-1}}$ .

**Exercice 5.** Développer, pour  $x \in \mathbb{R}^*$  :  $\left(x - \frac{3}{x}\right)^3$ .

**Exercice 6.** 1. Démontrer que  $\sqrt{3 - 2\sqrt{2}} = \sqrt{2} - 1$ .

2. En déduire les solutions réelles de l'équation :  $\frac{1}{4}x^2 + 2x + 2\sqrt{2} + 1 = 0$ . On exprimera les solutions sous la forme la plus simple possible.