
DM1 – Mathématiques

A rendre le lundi 16 septembre 2024

Quelques indications concernant la rédaction :

- La qualité de la présentation, la lisibilité et la précision seront prises en compte dans l'appréciation.
 - **Encadrez**, dans la mesure du possible, les résultats de vos calculs et les conclusions de vos raisonnements.
 - Les calculs mathématiques et numériques doivent être justifiés et sont à effectuer sans calculatrice.
-

Exercice 1. Donner la négation mathématique des assertions suivantes

1. Toutes les moutons sont herbivores et portent de la laine.
2. Certains nombres entiers sont pairs.
3. Si un nombre entier est divisible par 4, alors il se termine par 4.

Exercice 2. Résoudre les équations suivantes, d'inconnue $x \in \mathbb{R}$:

1. $x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} = 0$,
2. $2x^4 - 3x^2 - 2 = 0$,
3. $x^2 + x - 2 = x(x+2)^2$, (On pourra commencer par factoriser le polynôme $x^2 + x - 2$.)
4. $|y^2 - 2y| = 1$.

Exercice 3. Résoudre les inéquations suivantes, d'inconnue $y \in \mathbb{R}$ (en n'oubliant pas de préciser le domaine de validité éventuellement) :

1. $-2(y+2)(y-4) < 0$,
2. $\frac{y+1}{y-3} < 1$.

Exercice 4. Pour tout nombre réel m , on cherche à déterminer le nombre de racines réelles du polynôme P_m défini sur \mathbb{R} par

$$P_m(x) = (m+2)x^2 + 2(2m+1)x + m+2.$$

1. Pour quelle(s) valeur(s) de m le polynôme P_m est-il de degré 1? On suppose dans la suite que m est différent de cette valeur.
2. Calculer le discriminant Δ_m de P_m en fonction de m et étudier le signe de Δ_m en fonction de m .
3. Conclure quant au nombre de racines réelles de P_m en fonction de m .