

Mathématiques - mercredi 13 septembre 2023
Devoir n°0 Durée : 45 min

- **Aucun document autorisé. Calculatrice interdite.**
- **Les qualités de rédaction (clarté des raisonnements, lisibilité, orthographe...) seront sensiblement prises en considération dans l'évaluation des copies.**
- **Ce sujet est constitué de 6 exercices indépendants que vous pouvez traiter dans l'ordre de votre choix.**
- **Un barème sur 30 points incluant 2 points de présentation est donné est à titre indicatif.**

Exercice 1 (3 pts). On considère l'assertion $\mathcal{P} : \forall x > 0, \exists y \in \mathbb{R} : y^2 = x$.

1. Cette assertion est-elle vraie ou fausse ? Justifier brièvement.
2. Écrire la négation de \mathcal{P} .

Exercice 2 (3 pts). Écrire les quantités suivantes sous forme de fraction irréductible.

$$1) \frac{25}{15} \quad \left| \quad 2) \frac{9}{12} \quad \left| \quad 3) \frac{1}{180} - \frac{1}{150}$$

Exercice 3 (3 pts). Développer, pour $x \in \mathbb{R}^* : (x - \frac{2}{x})^3$

Exercice 4 (6 pts). Simplifier au maximum les quantités suivantes (on ne demande pas de préciser pour quelles valeurs de x ou y les calculs sont valables).

$$1) \frac{(-x^2y)^3 \times (xy)^{-1}}{(y\sqrt{x})^6} \quad \left| \quad 3) \frac{x - \frac{1}{x}}{1 - \frac{1}{x}}$$

$$2) \frac{x+1}{(x-1)^2(x+2)^3} - \frac{x-3}{(x-1)^3(x+2)^2}$$

Exercice 5 (8 pts). Résoudre les équations suivantes sur \mathbb{R} .

$$1) 2x^2 - x - 6 = 0 \quad \left| \quad 3) \frac{1}{x} - x = 0$$

$$2) x^2 - x + 1 = 3x^2 + \frac{3}{2}x + 1 \quad \left| \quad 4) \frac{1}{\sqrt{x}} - \sqrt{x} = \sqrt{x} + 1$$

Exercice 6 (5 pts).

- 1) Démontrer que $\sqrt{3 - 2\sqrt{2}} = \sqrt{2} - 1$.
- 2) En déduire les solutions réelles de l'équation : $\frac{1}{4}x^2 + 2x + 2\sqrt{2} + 1 = 0$. On exprimera les solutions sous la forme la plus simple possible.