

Exercice 1

Écrire les nombres complexes suivants sous la forme $a + ib$ avec $a, b \in \mathbb{R}$:

1. $(1 + i)(3 - 2i)$
2. $i(2 - i)$
3. $(3i)^2$
4. $\overline{2(1 - i)} - i(2i - 1)$
5. $\overline{(2 - i)(2 + i)}$
6. $(2\sqrt{2} - \sqrt{3}i)(\sqrt{3}i + \sqrt{2})$

Exercice 2

Déterminer la forme algébrique des nombres complexes suivants :

1. $(1 + i)\overline{(3 - i)}$
2. $\frac{1}{4 - i}$
3. $\frac{1}{(1 - i)^2}$
4. $\frac{1 + i\sqrt{3}}{\sqrt{3} - i}$
5. $\left(\frac{1}{2i + 4}\right)$

Exercice 3

Placer dans le plan les points d'affixes suivantes :

1. $2 - 3i$
2. $1 + \frac{1}{2}i$
3. -3
4. $-2i$
5. $2e^{i\pi/3}$
6. $\sqrt{2}e^{-i\pi/4}$

Exercice 4

En utilisant que $i^2 = -1$, combien valent les puissances de i suivantes ?

$$i^3, \quad i^4, \quad i^5, \quad i^6, \quad i^{-2}, \quad i^{-1}$$

Exercice 5

1. Pour $n \in \mathbb{N}$, combien vaut $i^n + i^{n+1} + i^{n+2} + i^{n+3}$?
2. Simplifiez $\sum_{k=0}^n (1 + i)^k$.
3. Simplifiez $\sum_{k=0}^9 i^k (i - 1)$.

Exercice 6

Résoudre sur \mathbb{C} les équations suivantes :

1. $z^2 + \frac{9}{4} = 0$
2. $z^3 + 2z = 0$
3. $2z^2 + z + 1 = 0$
4. $z^4 + z^2 - 12 = 0$
5. $z^4 = 1$

Exercice 7

Écrire les nombres suivants sous forme exponentielle :

1. $z_1 = 1 + i$
2. $z_2 = 2 - 2i$
3. $z_3 = -1 + i\sqrt{3}$
4. $\frac{z_1}{z_3}$
5. $\overline{z_2} \times z_1$
6. $z_4 = \frac{1 + i}{2 - 2i}$
7. $z_5 = -1 - i\sqrt{3}$
8. $z_6 = (-1 + i\sqrt{3})^6$
9. $z_7 = \frac{(-3 + 3i)^3}{\sqrt{3} + 3i}$
10. $z_8 = \frac{1}{1 - i}$
11. $z_9 = -i$
12. $z_{10} = -2$