

**Exercice 1** Proche du cours

Q1 Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par $u_0 = 3$, $u_1 = 2$ et $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_{n+2} = \frac{u_{n+1}}{1 + u_n}$. Écrire une fonction prenant en argument $n \in \mathbb{N}$ et renvoyant u_n . On vérifiera que u_4 vaut environ 0,1111.

Q2 Même question pour la suite $(a_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ définie par $a_1 = 2$, $a_2 = 1$ et $\forall n \geq 2$, $a_n = a_{n-1} + \frac{1}{a_{n-2}^2}$. On vérifiera que a_5 vaut environ 2,89.

Q3 Même question pour la suite $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $x_0 = x_1 = 2$ et $\forall n \in \mathbb{N}$, $x_{n+2} = \frac{nx_n + 1}{n^2 + x_{n+1}}$. On vérifiera que x_6 vaut environ 0,139.

L'exercice ci-dessous est extrait du TP précédent. Si vous l'avez déjà fait, passez à l'exercice suivant.

Exercice 2 Évolution d'une population de bactéries

On cultive des bactéries en laboratoire et on sait que chaque jour le nombre de bactéries augmente de $\tau\%$ où τ est un nombre réel fixé. On appelle B_0 le nombre de bactéries au début de l'expérience, et B_n le nombre de bactéries après n jours.

Q1 (Sans ordinateur). Écrire la relation entre B_n , B_{n+1} et τ .

Q2 Écrire une fonction `population` prenant en arguments le nombre initial de bactéries, le taux de croissance τ , et le nombre n d'années considérées. Cette fonction renverra le nombre de bactéries après n jours.

Q3 Vérifier que pour une population initiale de 425 bactéries et une croissance de 1.94% par jour, on compte 756 bactéries après 30 jours.

Exercice 3 Évolution d'un nénuphar

Un nénuphar se développe sur une mare. Le premier jour, sa taille augmente de 100%. Le deuxième jour, sa taille augmente de 50%. Le troisième jour de 25%, le quatrième jour de 12,5%, etc. On note u_0 la taille initiale du nénuphar, et u_n sa taille à la fin du n -ème jour.

Q1 (Sans ordinateur). Écrire la relation entre u_{n+1} et u_n .

Q2 Écrire une fonction prenant en arguments la taille initiale du nénuphar et un entier n et renvoyant sa taille après n jours. Vérifier que pour une taille initiale de 10 cm^2 , le nénuphar se stabilise à une surface de $47,68 \text{ cm}^2$ environ.

Exercice 4 Monotonie

On considère la suite $(u_n)_{n \geq 0}$ définie par $u_0 = 4$ et $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = \frac{u_n}{1 + u_n^2}$.

Q1 Écrire une fonction `suite` prenant en argument $n \in \mathbb{N}$ et renvoyant u_n . (Testez votre fonction !!)

Q2 La suite (u_n) vous semble-t-elle monotone ? On ne demande pas de démonstration mathématique, mais d'utiliser l'ordinateur.

Même si l'ordinateur ne suffira pas pour *prouver* que (u_n) est bien décroissante, il peut prouver¹ qu'elle l'est jusqu'à un certain rang.

On dit qu'une suite $(u_n)_{n \geq 0}$ est décroissante jusqu'au rang $N \in \mathbb{N}$ lorsque :

$$\forall n \in \llbracket 0, N \rrbracket, u_n \geq u_{n+1}$$

Q3 Écrire une fonction `decroissante` prenant en argument $N \in \mathbb{N}$ et renvoyant `True` si la suite (u_n) étudiée dans cet exercice est décroissante jusqu'au rang N et `False` sinon. On utilisera la fonction `suite` au sein de la fonction `decroissante`.

Q4 Était-ce une bonne idée d'utiliser la fonction `suite` au sein de la fonction `decroissante`? Coder une fonction `decroissante_bis` plus efficace.

Exercice 5 Un cours de dessin

Lorsqu'on dispose d'une chaîne de caractères `car` et d'un entier k , on peut répéter k fois la chaîne de caractères `car` via la commande : `k*car`. Par exemple : `2*"youpi"` vaut `"youpiyoupi"`.

Lorsqu'on dispose de deux chaînes de caractères `car1` et `car2`, on peut former leur concaténation, c'est-à-dire écrire l'une à la suite de l'autre, via la commande : `car1+car2`. Par exemple : `"bon"+"jour"` vaut `"bonjour"`.

Q1 Écrire une fonction `triangle_rect` permettant de dessiner un triangle rectangle formé du caractère `*` ligne par ligne dans la console. La fonction prendra en entrée la hauteur du triangle. Par exemple `triangle_rect(8)` devra renvoyer :

```
1 *
2 **
3 ***
4 ****
5 *****
6 *****
7 *****
8 *****
```

Q2 Écrire une fonction `triangle_iso` permettant de dessiner un triangle isocèle dans la console. Par exemple `triangle_iso(8)` doit renvoyer :

```
1      *
2     ***
3    *****
4   *****
5  *****
6 *****
7 *****
8 *****
```

Q3 En vous basant sur la fonction `triangle_iso`, créer une fonction `losange` permettant de créer un losange dans la console.

1. si on fait abstraction des erreurs de calculs dues à l'utilisation d'arrondis par Python...