

NOM :

PRENOM :

Question 1 ( /4 pts).

1. Simplifier :

$$\begin{aligned} 2\ln(x+1) + \ln\left(\frac{1}{1-x}\right) - \ln\left(\frac{x+1}{1-x}\right) &= 2\ln(x+1) - \ln(1-x) - (\ln(x+1) - \ln(1-x)) \\ &= \ln(x+1) - \ln(1-x) + \ln(1-x) \\ &= \ln(x+1) \end{aligned}$$

2. Préciser pour quelles valeurs de  $x$  cette simplification est valable.

Pour  $x$  tel que  $x+1 > 0$  et  $1-x > 0$  (et alors  $\frac{x+1}{1-x} > 0$  automatiquement)  
c'est-à-dire  $x > -1$  et  $x < 1$  ou encore  $x \in ]-1, 1[$ .

Dans toutes les questions suivantes, simplifier au maximum les quantités proposées. On ne demande pas de préciser pour quelles valeurs de  $x$  et  $y$  ces simplifications sont valables.

Question 2 ( /2 pts).

$$\frac{(e^x)^2 e^{y-x}}{e^{-2x} e^y} = \frac{e^{2x} e^y e^{-x}}{e^{-2x} e^y} = \frac{e^x}{e^{-2x}} = e^{3x}$$

Question 3 ( /2 pts).

$$\begin{aligned} \frac{e^{-x}-1}{e^{-x}+1} + \frac{e^x-1}{e^x+1} &= \frac{(e^{-x}-1)(e^x+1) + (e^x-1)(e^{-x}+1)}{(e^{-x}+1)(e^x+1)} \\ &= \frac{1 - e^x + e^{-x} - 1 + 1 - e^{-x} + e^x - 1}{(e^{-x}+1)(e^x+1)} \\ &= 0 \end{aligned}$$

Question 4 ( /2 pts).

$$\ln\left(\frac{1}{\sqrt{e^{-x}}}\right) = -\ln(\sqrt{e^{-x}}) = -\frac{1}{2}\ln(e^{-x}) = -\frac{1}{2}x(-x) = \frac{x}{2}$$

NOM :

PRENOM :

Question 1 ( /4 pts).

1. Simplifier :

$$\begin{aligned} 2\ln(1-y) + \ln\left(\frac{1}{y+1}\right) - \ln\left(\frac{1-y}{y+1}\right) &= 2\ln(1-y) - \ln(y+1) - (\ln(1-y) - \ln(y+1)) \\ &= \ln(1-y) - \ln(y+1) + \ln(y+1) \\ &= \ln(1-y) \end{aligned}$$

2. Préciser pour quelles valeurs de  $y$  cette simplification est valable.

Pour  $y$  tel que  $1-y > 0$  et  $y+1 > 0$  (et alors  $\frac{1-y}{y+1} > 0$  automatiquement)  
c'est-à-dire  $y < 1$  et  $y > -1$  ou encore  $y \in ]-1, 1[$ .

Dans toutes les questions suivantes, simplifier au maximum les quantités proposées. On ne demande pas de préciser pour quelles valeurs de  $x$  et  $y$  ces simplifications sont valables.

Question 2 ( /2 pts).

$$\frac{(e^y)^2 e^{y-x}}{e^x e^{-2y}} = \frac{e^{2y} e^{2y} e^{-x}}{e^x e^{-2y}} = e^{3y-x} \times e^{-x} e^{2y} = e^{5y-2x}$$

Question 3 ( /2 pts).

$$\begin{aligned} \frac{e^{-x}+1}{e^{-x}-1} + \frac{e^x+1}{e^x-1} &= \frac{\frac{1}{e^x}+1}{\frac{1}{e^x}-1} + \frac{e^x+1}{e^x-1} = \frac{1+e^x}{1-e^x} + \frac{e^x+1}{e^x-1} \\ &= -\frac{1+e^x}{e^x-1} + \frac{e^x+1}{e^x-1} \\ &= 0 \end{aligned}$$

Question 4 ( /2 pts).

$$\ln\left(\frac{1}{\sqrt{e^{-x}}}\right) = -\ln(\sqrt{e^{-x}}) = -\frac{1}{2}\ln(e^{-x}) = -\frac{1}{2} \times (-x) = \frac{x}{2}$$