Résolution d'équations avec $\exp$ et $\ln$

On admet les propriétés suivantes permettant de résoudre des équations avec des exponentielles et logarithmes.

Proposition 1

1. *Pour* $a, b \in \mathbb{R}$ *on a :* $e^a = e^b \iff a = b$.
2. *Pour* $a \in \mathbb{R}$ *et* $b \in \mathbb{R}_*^+$ *on a :* $e^a = b \iff a = \ln(b)$.

Proposition 2

1. *Pour* $a, b \in \mathbb{R}_*^+$ *on a :* $\ln(a) = \ln(b) \iff a = b$.
2. *Pour* $a \in \mathbb{R}_*^+$ *et* $b \in \mathbb{R}$ *on a :* $\ln(a) = b \iff a = e^b$.

On demande d'utiliser ces propriétés pour résoudre les équations ci-dessous. On utilisera ci-besoin des règles de calcul sur les exponentielles et logarithmes pour se ramener à des équations de la forme donnée dans les propriétés.

Exercice 1

Résoudre sur $\mathbb{R}$:

1. $e^{2x+1} = e^{-x-1}$
2. $e^{3x-1} = 3$
3. $e^{3x} = \dfrac{e^{x+1}}{e^{-x}}$
4. $e^{2x-1} = 0$
5. $(e^x + 2)(e^{-x} - 3) = 0$
6. $\dfrac{e^x + 5}{2 + e^x} = 2$
7. $(e^x - 1)^2 = 1$
8. $e^{2x} - 4e^x + 3 = 0$
9. $e^x + 1 = 2e^{-x}$

Exercice 2

Résoudre sur $\mathbb{R}$ (attention aux ensembles de définition !) :

1. $\ln(2x + 3) = \ln(2)$
2. $\ln(1 - x) = 2$
3. $\ln(2x + 3) = 0$
4. $\ln(3x + 4) = \ln(1 - x)$
5. $\ln(3x + 4) = \ln(-3 - x)$
6. $2^x = 8$
7. $\ln(x - 2) + \ln(3) = \ln(6 - x)$
8. $\ln(x - 1) - \ln(x) = \ln(2)$
9. $\ln(x - 1) - \ln(3x - 1) + \ln(2) = 0$

Exercice 3

Résoudre sur $\mathbb{R}$:

1. $\dfrac{e^{2x}}{e^{-x+1}} = \left(e^{x+1}\right)^2$
2. $e^{x^2-5x+4} = 1$
3. $e^{2x} - 5e^x + 6 = 0$
4. $e^x - 3e^{-x} - 2 = 0$
5. $\ln(-x + 1) = -3$
6. $(\ln(x))^2 = 1$
7. $3^{2x-5} = 1$
8. $\ln((x + 2)(x - 2)) = 0$
9. $\ln(x + 2) + \ln(x - 2) = 0$