Exercice 3

Résoudre sur $\mathbb{R}$:

1. $\dfrac{e^{2x}}{e^{-x+1}} = \left(e^{x+1}\right)^2$
2. $e^{x^2-5x+4} = 1$
3. $e^{2x} - 5e^x + 6 = 0$
4. $e^x - 3e^{-x} - 2 = 0$
5. $\ln(-x+1) = -3$
6. $(\ln(x))^2 = 1$
7. $3^{2x-5} = 1$
8. $\ln((x+2)(x-2)) = 0$
9. $\ln(x+2) + \ln(x-2) = 0$

Réponses et remarques :

1. $S_1 = \{3\}$
2. $S_2 = \{1, 4\}$
3. $S_3 = \{\ln(2), \ln(3)\}$. Poser $y = e^x$. Attention à la rédaction, il faut présenter des équivalences tout au long du raisonnement.
4. $S_4 = \{\ln(3)\}$. Après avoir multiplié par e^x, poser $y = e^x$, puis éliminer l'équation $e^x = -1$ qui n'a pas de solution.
5. $S_5 = \{1 - e^{-3}\}$. Attention à avoir précisé l'ensemble de définition : on travaille pour x tel que $-x + 1 > 0$ c'est-à-dire $x < 1$.
6. $S_6 = \{e, e^{-1}\}$
7. $S_7 = \{5/2\}$. On attend une rédaction qui explique qu'on passe au logarithme pour obtenir $(2x - 5)\ln(3) = 0$.
8. $S_8 = \{-\sqrt{5}, \sqrt{5}\}$. On travaille pour x tel que $(x + 2)(x - 2) > 0$ c'est-à-dire pou $x \in]-\infty, -2[\cup]2, +\infty[$.
9. $S_9 = \{\sqrt{5}\}$. Attention à la rédaction de l'ensemble de définition. Il y a deux logarithmes, on attend donc une rédaction faisant apparaître deux conditions sur x ainsi que le lien logique entre ces conditions (<u>et</u>). On travaille pour x tel que $x + 2 > 0$ <u>et</u> $x - 2 > 0$. Ces deux conditions se réduisent en fait à $x > 2$ d'où le rejet de la solution négative trouvée à la question précédente.