

Exercice 1

Déterminer les ensembles de définition et de dérivabilité des fonctions suivantes :

- | | |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ol style="list-style-type: none"> 1. (a) $f_1 : x \mapsto \sqrt{2x+4} - \frac{1}{x-3}$ <li style="padding-left: 20px;">(b) $f_1 : x \mapsto \ln(x^2 - 2x + 5)$ <li style="padding-left: 20px;">(c) $f_1 : x \mapsto \ln\left(\frac{x+1}{3-x}\right)$ <li style="padding-left: 20px;">(d) $f_1 : x \mapsto \ln(e^{2x} - e^x - 2)$ 2. (a) $f_2 : x \mapsto \sqrt{5-x^2}$ <li style="padding-left: 20px;">(b) $f_2 : x \mapsto \sqrt{e^{4x} - 2e^{2x} - 1}$ | <ol style="list-style-type: none"> (c) $f_2 : x \mapsto \frac{\sqrt{3-x}}{x^2-1}$ (d) $f_2 : x \mapsto \sqrt{\ln(x)}$ (e) $f_2 : x \mapsto \frac{\ln(\ln(x))}{e^x - e^4}$ (f) $f_2 : x \mapsto \frac{\sqrt{x(2\pi-x)}}{\tan^2(x) - 1}$ |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Exercice 2

On considère les fonctions

$$f : x \mapsto \frac{2x+1}{x-2}, \quad g : x \mapsto x^2 - 1, \quad h : x \mapsto \sqrt{x}.$$

1. Déterminer les ensembles de définition D_f, D_g et D_h de f, g et h .
2. Calculer les expressions des fonctions $f \circ g, g \circ f$ et $h \circ g$.
3. Grâce aux expressions trouvées à la question 2, déterminer les ensembles de définition $D_{f \circ g}, D_{g \circ f}$ et $D_{h \circ g}$ de $f \circ g, g \circ f$ et $h \circ g$.
4. Retrouver les ensembles $D_{f \circ g}, D_{g \circ f}$ et $D_{h \circ g}$ trouvés à la question 3 grâce à la formule du cours donnant l'ensemble de définition d'une composée.

Exercice 3

On considère les fonctions suivantes :

$$\begin{aligned} f : D_f &\longrightarrow \mathbb{R} & g : D_g &\longrightarrow \mathbb{R} \\ : x &\longmapsto \frac{e^x - 1}{e^x + 1} & : x &\longmapsto \ln\left(\frac{1-x}{1+x}\right) \end{aligned}$$

1. Déterminer leurs ensembles de définition D_f et D_g .
2. Les fonctions f et g sont-elles paires ? impaires ?
3. Vérifier vos réponses en traçant les graphes de f et de g sur Geogebra : <https://www.geogebra.org/classic?lang=fr>

Exercice 4

On souhaite faire l'étude de la fonction $f : x \mapsto e^{\cos(x)}$.

1. Expliquer pourquoi il est suffisant d'étudier f sur $[0, \pi]$ et expliquer comment obtenir le graphe de f sur \mathbb{R} à partir de celui sur $[0, \pi]$.
2. Étudier les variations de f sur $[0, \pi]$. Préciser ensuite les limites et les tangentes de f en 0 et en π .
3. Tracer l'allure du graphe de f puis vérifier votre résultat sur Geogebra : <https://www.geogebra.org/classic?lang=fr>