NOM :

PRENOM :

Question 1 (/2 pts). Énoncer la formule de Pascal sur les coefficients binomiaux.

$\forall n \in \mathbb{N}, \forall k \in [\![1, n-1]\!], \binom{n}{k} = \binom{n-1}{k} + \binom{n-1}{k-1}$

Question 2 (/2 pts). Développer rapidement $(x-2)^4$.

$$(x-2)^4 = 1 \times x^4 \times (-2)^0 + 4 \times x^3 \times (-2)^1 + 6 \times x^2 \times (-2)^2 + 4 \times x^1 \times (-2)^3 + 1 \times x^0 \times (-2)^4$$
$$= x^4 - 8x^3 + 24x^2 - 32x + 16$$

Question 3 (/2 pts). Calculer $S = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} \frac{1}{2^{3k}}$.

$$S = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} \left(\frac{1}{2^3}\right)^k 1^{n-k} = \left(\frac{1}{8} + 1\right)^n = \left(\frac{9}{8}\right)^n$$

Question 4 (/4 pts). Calculer $T = \sum_{k=1}^{n+1} \binom{n+1}{k-1}$.

$$T = \sum_{j=0}^{n} \binom{n+1}{j} = \sum_{j=0}^{n+1} \binom{n+1}{j} - \binom{n+1}{n+1}$$

$\left(\text{via } j = k-1 \quad 1 \leq k \leq n+1 \iff 0 \leq j \leq n\right)$

$$= \sum_{j=0}^{n+1} \binom{n+1}{j} 1^j 1^{n+1-j} - 1$$
$$= (1+1)^{n+1} - 1$$
$$= 2^{n+1} - 1$$

NOM :

PRENOM :

Question 1 (/2 pts). Énoncer la formule de Pascal sur les coefficients binomiaux.

$$\forall n \in \mathbb{N},\ \forall k \in [\![1, n-1]\!],\ \binom{n}{k} = \binom{n-1}{k} + \binom{n-1}{k-1}$$

Question 2 (/2 pts). Développer rapidement $(2-x)^4$.

$$(2-x)^4 = 1 \times 2^4 \times (-x)^0 + 4 \times 2^3 \times (-x)^1 + 6 \times 2^2 \times (-x)^2 + 4 \times 2^1 \times (-x)^3 + 1 \times 2^0 \times (-x)^4$$
$$= 16 - 32x + 24x^2 - 8x^3 + x^4$$

Question 3 (/2 pts). Calculer $S = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} \frac{1}{3^{2k}}$.

$$S = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} \left(\frac{1}{3^2}\right)^k 1^{n-k} = \left(\frac{1}{9} + 1\right)^n = \left(\frac{10}{9}\right)^n$$

Question 4 (/4 pts). Calculer $T = \sum_{k=0}^{n} \binom{n+1}{k+1}$.

$$T = \sum_{j=1}^{n+1} \binom{n+1}{j} = \sum_{j=0}^{n+1} \binom{n+1}{j} - \binom{n+1}{0}$$

$$\left(\begin{array}{l} \text{via } j = k+1 \\ 0 \leq k \leq n \\ \Leftrightarrow 1 \leq j \leq n+1 \end{array} \right)$$

$$= \sum_{j=0}^{n+1} \binom{n+1}{j} 1^j 1^{n+1-j} - 1$$
$$= (1+1)^{n+1} - 1$$
$$= 2^{n+1} - 1$$