Rappel de cours :
Rappeler les définitions de :

- f est croissante sur I :
- f est décroissante sur I :
- f est strictement croissante sur I :
- f est strictement décroissante sur I :

Méthode pour "appliquer une fonction à une inégalité" :

Pour justifier que...	On a besoin de mentionner que...
$a \leq b$ donc $f(a) \leq f(b)$	
$a \geq b$ donc $f(a) \geq f(b)$	
$a > b$ donc $f(a) > f(b)$	
$a > b$ donc $f(a) < f(b)$	
$a \leq b \iff f(a) \leq f(b)$	
$a \geq b \iff f(a) \geq f(b)$	
$a > b \iff f(a) > f(b)$	
$a < b \iff f(a) < f(b)$	

où dans tout ce tableau I est

Monotonie des fonctions usuelles :
Compléter avec $\nearrow$ (croissante), $\nearrow\nearrow$ (strictement croissante), $\searrow$ (décroissante) et $\searrow\searrow$ (strictement décroissante). En cas de doute, tracer les graphes sur Geogebra (ou calculatrice ou Python). La fonction :

- $x \longmapsto e^x$ est . . . . . . sur . . . . . .
- $x \longmapsto \ln(x)$ est . . . . . . sur . . . . . .
- $x \longmapsto x^2$ est . . . . . . sur . . . . . .
- $x \longmapsto x^2$ est . . . . . . sur . . . . . .
- $x \longmapsto x^3$ est . . . . . . sur . . . . . .
- $x \longmapsto \frac{1}{x}$ est . . . . . . sur . . . . . .
- $x \longmapsto \frac{1}{x}$ est . . . . . . sur . . . . . .
- $x \longmapsto x^\alpha$ est . . . . . . sur . . . . . .

- $x \longmapsto \sqrt{x}$ est . . . . . . sur . . . . . .
- $x \longmapsto \cos(x)$ est . . . . . . sur . . . . . .
- $x \longmapsto \cos(x)$ est . . . . . . sur . . . . . .
- $x \longmapsto \sin(x)$ est . . . . . . sur . . . . . .
- $x \longmapsto \sin(x)$ est . . . . . . sur . . . . . .
- $x \longmapsto \tan(x)$ est . . . . . . sur . . . . . .
- $x \longmapsto |x|$ est . . . . . . sur . . . . . .
- $x \longmapsto |x|$ est . . . . . . sur . . . . . .

Exercice 1
Résoudre les inéquations suivantes sur $\mathbb{R}$ en précisant les propriétés de monotonie utilisées :

1. $e^{2x} > e^{x+1}$
2. $\ln(x) > 0$
3. $\ln(x+3) \leq \ln(1-x)$
4. $\dfrac{1}{x^2+2} \geq \dfrac{1}{4}$ *(on utilisera la fonction inverse)*

Exercice 2
Résoudre les inéquations suivantes sur $\mathbb{R}$ en précisant les propriétés de monotonie utilisées :

1. $\dfrac{1}{e^x+2} \leq \dfrac{1}{2e^x+1}$
2. $x^3 < 8$
3. $x^\pi > \dfrac{1}{2^{2\pi}}$
4. $\ln(2e^x - 1) \leq \ln(e^x+1)$
5. $\dfrac{1}{\ln(e^x+1)} > 1$
6. $\dfrac{1}{x-3} \leq \dfrac{1}{2}$
7. $\dfrac{1}{x-3} > \dfrac{1}{2-x}$
8. $\sqrt{2x+4} > -x-1$

Exercice 3
Démontrer les inégalités suivantes :

1. $\forall x \leq -1,\ \dfrac{1}{x^2+3} \leq \dfrac{1}{4}$
2. $\forall x \in [-2,-1],\ 4 \leq \left(\dfrac{2}{x} - 1\right)^2 \leq 9$
3. $\forall x \in [-1,1],\ 0 \leq x^2 \leq 1$
4. $\forall x \in \left]0, \dfrac{\pi}{8}\right[,\ \dfrac{1}{\ln(\tan(\frac{\pi}{4} - 2x))} > \dfrac{1}{\ln(\tan(\frac{\pi}{4} - x))}$

Exercice 4
1. Montrer que : $\forall x \in \left[\dfrac{\pi}{4}, \dfrac{\pi}{2}\right],\ \dfrac{1}{e} \leq e^{\sqrt{2}\cos(2x-\frac{\pi}{4})} \leq e$
2. Résoudre les inéquations suivantes sur $\mathbb{R}$ en précisant les propriétés de monotonie utilisées :
   (a) $\dfrac{1}{e^{2x}+1} > \dfrac{1}{e^x-1}$
   (b) $\sin(e^{-2x^2}) \leq \sin(e^{-x^2-1})$ *(on utilisera la monotonie de la fonction* $\sin$*)*