Exercice 5

Faire l'étude des fonctions suivantes :

1. $f : x \longmapsto \ln(-2x^2 + x + 1)$. *On rappelle que* $\lim\limits_{y \to 0} \ln(y) = ...$
2. $g : x \longmapsto \dfrac{x^3 - 2x}{3 - x^2}$
3. $h : x \longmapsto \sqrt{\dfrac{2 - e^x}{e^{2x} - 9}}$

Exercice 6

On considère la fonction $f : x \longmapsto \cos(3x)\cos^3(x)$.

1. Montrer que f est paire et π-périodique. Sur quel intervalle I peut-on se contenter d'étudier f ?
2. Montrer que pour $x \in I$, $f'(x)$ est du signe de $-\sin(4x)$.
3. En déduire le signe de f' sur I et dresser le tableau de variations de f sur I.
4. Tracer le graphe de f sur son ensemble de définition.

Exercice 7

Les deux questions de cet exercice sont indépendantes. On vérifiera ses résultats (sans tricher !) en traçant les graphes des fonctions en jeu sur Geogebra : `https://www.geogebra.org/classic?lang=fr`*.*

1. Étudier la fonction $f : x \longmapsto \dfrac{\cos(x)}{2\cos(x) - 1}$.
2. Montrer par étude de fonction que : $\forall x > 0,\ x + \dfrac{1}{x} \geq 2$.

Exercice 8

Montrer par étude de fonction que :

1. $\forall x > 0,\ \arctan(x) \geq \ln\left(\dfrac{x}{x+1}\right)$
2. $\forall x \geq 0,\ \sqrt{1+x} \geq 1 + \dfrac{x}{2} - \dfrac{x^2}{8}$

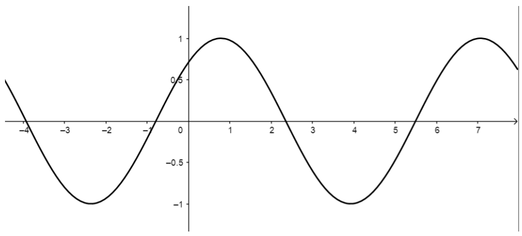
Exercice 9

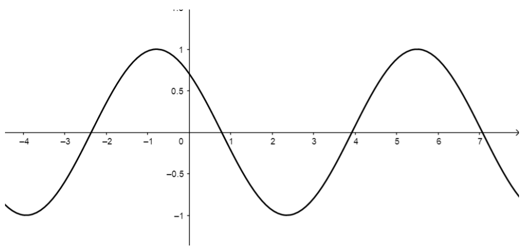
Issu d'un DS d'une année précédente.

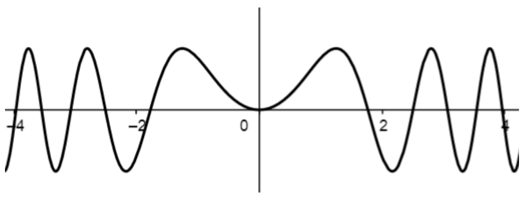
1. Montrer que :
$$\forall x > 1,\ \ln\left(\frac{x+1}{x}\right) \leq \frac{1}{x} \leq \ln\left(\frac{x}{x-1}\right).$$
2. En déduire un encadrement de $S_n = \displaystyle\sum_{k=n}^{2n} \frac{1}{k}$ pour tout entier $n \geq 2$.
3. Déterminer la limite de S_n lorsque $n \to +\infty$.

Exercice 10
Associez chaque fonction à son graphe en justifiant votre réponse.

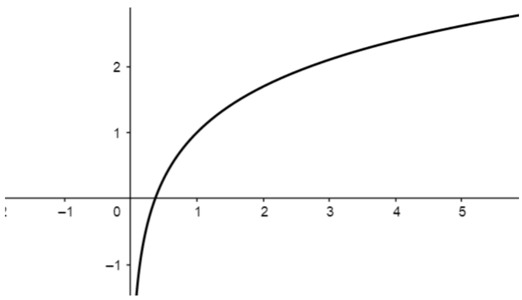
1. $x \longmapsto (x-1)^2+1$
2. $x \longmapsto (x+1)^2-1$
3. $x \longmapsto \cos(x+\dfrac{\pi}{4})$
4. $x \longmapsto \cos(x-\dfrac{\pi}{4})$
5. $x \longmapsto \sin(x^2)$
6. $x \longmapsto \sin(x^3)$
7. $x \longmapsto \ln(x)+1$
8. $x \longmapsto \sqrt{x}$


(a)

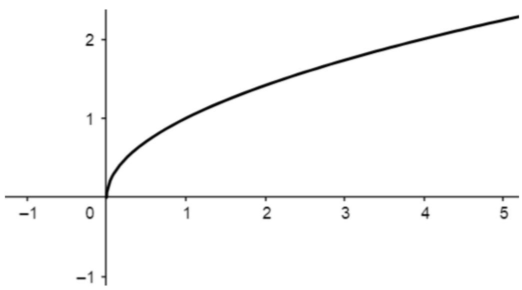

(b)



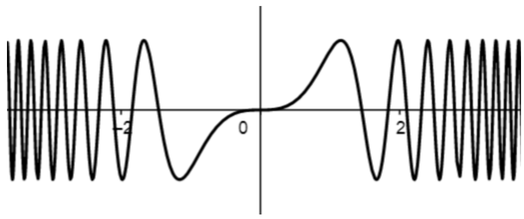
(c)



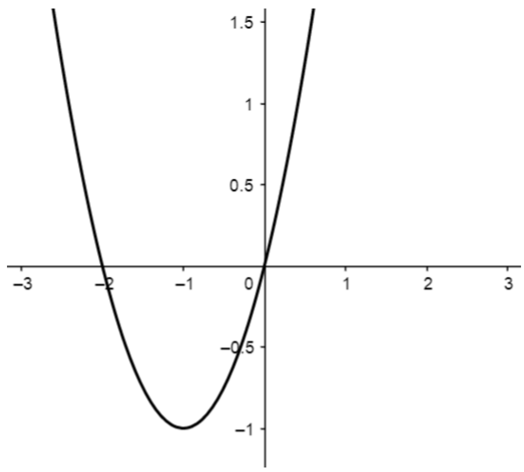
(d)



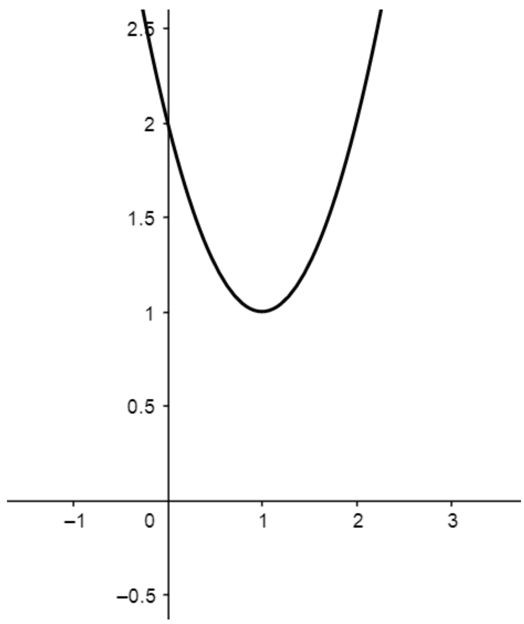
(e)



(f)



(g)



(h)