NOM :

PRENOM :

Dériver les fonctions suivantes. On ne demande pas de préciser l'ensemble de dérivabilité.
On rappelle qu'utiliser une formule du produit ou du quotient alors que ce n'est pas nécessaire sera pénalisé. Les confusions entre f et $f(x)$ pourront entraîner jusqu'à -2 points sur la note finale.

1. $f_1 : x \longmapsto \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x^4}$ / 2 pts
2. $f_2 : x \longmapsto 2\cos(3x) - 5\ln(2x+1)$ / 2 pts
3. $f_3 : x \longmapsto x^2 \sin(x)$ / 2 pts
4. $f_4 : x \longmapsto \dfrac{e^x - e^{-2x}}{e^x + 2e^{-x}}$ / 2 pts
5. $f_5 : x \longmapsto \dfrac{1}{x - \sqrt{x}}$ / 3 pts
6. $f_6 : x \longmapsto \ln\left(2 + \dfrac{3}{x}\right)$ / 3 pts
7. $f_7 : x \longmapsto \tan^5(x) + \tan(\frac{1}{x})$ / 3 pts
8. $f_8 : x \longmapsto \arctan(e^{2x}) + \arctan(e^{-2x})$ / 3 pts

1) $f_1(x) = \dfrac{1}{x} + x^{-4}$ donc $f_1'(x) = -\dfrac{1}{x^2} - 4x^{-5} = -\dfrac{1}{x^2} - \dfrac{4}{x^5}$

2) $f_2'(x) = 2 \times 3 \times (-\sin(3x)) - 5 \times \dfrac{2}{2x+1} = -6\sin(3x) - \dfrac{10}{2x+1}$

3) $f_3'(x) = 2x\sin(x) + x^2\cos(x)$

4) $f_4'(x) = \dfrac{(e^x + 2e^{-2x})(e^x + 2e^{-x}) - (e^x - e^{-2x})(e^x - 2e^{-x})}{(e^x + 2e^{-x})^2}$

$= \dfrac{e^{2x} + 2e^{-x} + 2 + 4e^{-3x} - (e^{2x} - e^{-x} - 2 + 2e^{-3x})}{(e^x + 2e^{-x})^2}$

$= \dfrac{3e^{-x} + 4 + 2e^{-3x}}{(e^x + 2e^{-x})^2}$

5) $f_5(x) = \dfrac{1}{u(x)}$ avec $u(x) = x - \sqrt{x}$ donc $u'(x) = 1 - \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$. Donc

$f_5'(x) = -\dfrac{u'(x)}{u^2(x)} = -\dfrac{1 - \frac{1}{2\sqrt{x}}}{(x - \sqrt{x})^2} = \dfrac{1 - 2\sqrt{x}}{2\sqrt{x}(x - \sqrt{x})^2}$

6) $f_6(x) = \ln(u(x))$ avec $u(x) = 2 + \frac{3}{x}$ donc $u'(x) = -\frac{3}{x^2}$

Donc $f_6'(x) = \frac{u'(x)}{u(x)} = \frac{-3/x^2}{2+\frac{3}{x}} = -\frac{3}{2x^2+3x}$

7) $f_7(x) = u(x)^5 + \tan(v(x))$ avec $u(x) = \tan(x)$ donc $u'(x) = 1+\tan^2(x)$ et $v(x) = \frac{1}{x}$ donc $v'(x) = -\frac{1}{x^2}$.

Donc $f_7'(x) = 5u'(x)\,u(x)^4 + v'(x) \times (1+\tan^2(v(x)))$

$= 5(1+\tan^2(x))\tan(x)^4 - \frac{1}{x^2}(1+\tan^2(\frac{1}{x}))$

$= 5\frac{\tan(x)^4}{\cos^2(x)} - \frac{1}{x^2\cos^2(\frac{1}{x})}$

8) $f_8(x) = \arctan(u(x)) + \arctan(v(x))$ avec $u(x) = e^{2x}$ donc $u'(x) = 2e^{2x}$ et $v(x) = e^{-2x}$ donc $v'(x) = -2e^{-2x}$. Donc

$$f_8'(x) = \frac{u'(x)}{1+u^2(x)} + \frac{v'(x)}{1+v^2(x)}$$

$$= \frac{2e^{2x}}{1+(e^{2x})^2} + \frac{-2e^{-2x}}{1+(e^{-2x})^2}$$

$$= \frac{2e^{2x}(1+e^{-4x}) - 2e^{-2x}(1+e^{4x})}{(1+e^{4x})(1+e^{-4x})}$$

$$= \frac{2e^{2x} + 2e^{-2x} - 2e^{-2x} - 2e^{2x}}{(1+e^{4x})(1+e^{-4x})}$$

$$= 0$$

NOM :

PRENOM :

Dériver les fonctions suivantes. On ne demande pas de préciser l'ensemble de dérivabilité.
On rappelle qu'utiliser une formule du produit ou du quotient alors que ce n'est pas nécessaire sera pénalisé. Les confusions entre f et $f(x)$ pourront entraîner jusqu'à -2 points sur la note finale.

1. $f_1 : x \longmapsto \frac{1}{x} + \frac{1}{x^5}$ / 2 pts
2. $f_2 : x \longmapsto 3\sin(2x) - 2\ln(5x+1)$ / 2 pts
3. $f_3 : x \longmapsto x^2\cos(x)$ / 2 pts
4. $f_4 : x \longmapsto \frac{2e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ / 2 pts
5. $f_5 : x \longmapsto \frac{1}{\sqrt{x} - x}$ / 3 pts
6. $f_6 : x \longmapsto \ln\left(3 + \frac{2}{x}\right)$ / 3 pts
7. $f_7 : x \longmapsto \tan^4(x) + \tan(\frac{1}{x})$ / 3 pts
8. $f_8 : x \longmapsto \arctan(e^{3x}) + \arctan(e^{-3x})$ / 3 pts

1) $f_1(x) = \frac{1}{x} + x^{-5}$ donc $f_1'(x) = -\frac{1}{x^2} - 5x^{-6} = -\frac{1}{x^2} - \frac{5}{x^6}$

2) $f_2'(x) = 3 \times 2 \times \cos(2x) - 2 \times \frac{5}{5x+1} = 6\cos(2x) - \frac{10}{5x+1}$

3) $f_3'(x) = 2x\cos(x) - x^2\sin(x)$

4) $f_4'(x) = \frac{(2e^x + e^{-x})(e^x + e^{-x}) - (2e^x - e^{-x})(e^x - e^{-x})}{(e^x + e^{-x})^2}$

$= \frac{2e^{2x} + 1 + 2 + e^{-2x} - (2e^{2x} - 1 - 2 + e^{-2x})}{(e^x + e^{-x})^2}$

$= \frac{6}{(e^x + e^{-x})^2}$

5) $f_5(x) = \frac{1}{u(x)}$ avec $u(x) = \sqrt{x} - x$ donc $u'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} - 1$

Donc $f_5'(x) = -\frac{u'(x)}{u^2(x)} = -\frac{\frac{1}{2\sqrt{x}} - 1}{(\sqrt{x} - x)^2} = \frac{2\sqrt{x} - 1}{2\sqrt{x}(\sqrt{x} - x)^2}$

6) $f_6(x) = \ln(u(x))$ avec $u(x) = 3 + \frac{2}{x}$ donc $u'(x) = -\frac{2}{x^2}$.

Donc $f_6'(x) = \frac{u'(x)}{u(x)} = \frac{-\frac{2}{x^2}}{3+\frac{2}{x}} = -\frac{2}{3x^2+2x}$

7) $f_7(x) = u(x)^4 + \tan(v(x))$ avec $u(x) = \tan(x)$ donc $u'(x) = 1+\tan^2(x)$ et $v(x) = \frac{1}{x}$ donc $v'(x) = -\frac{1}{x^2}$.

Donc
$$f_7'(x) = 4u'(x)\,u(x)^3 + v'(x)\times\left(1+\tan^2(v(x))\right)$$
$$= 4\left(1+\tan^2(x)\right)\tan^3(x) - \frac{1}{x^2}\left(1+\tan^2\left(\frac{1}{x}\right)\right)$$
$$= 4\,\frac{\tan^3(x)}{\cos^2(x)} - \frac{1}{x^2\cos^2\left(\frac{1}{x}\right)}$$

8) $f_8(x) = \arctan(u(x)) + \arctan(v(x))$ avec $u(x) = e^{3x}$ et $v(x) = e^{-3x}$ donc $u'(x) = 3e^{3x}$ et $v(x) = -3e^{-3x}$.

Donc
$$f_8'(x) = \frac{u'(x)}{1+u^2(x)} + \frac{v'(x)}{1+v^2(x)}$$
$$= \frac{3e^{3x}}{1+(e^{3x})^2} + \frac{-3e^{-3x}}{1+(e^{-3x})^2}$$
$$= \frac{3e^{3x}(1+e^{-6x}) - 3e^{-3x}(1+e^{6x})}{(1+e^{6x})(1+e^{-6x})}$$
$$= \frac{3e^{3x} + 3e^{-3x} - 3e^{-3x} - 3e^{3x}}{(1+e^{6x})(1+e^{-6x})}$$
$$= 0$$