Corrigé Interro 10 :

$$(S_1) \Leftrightarrow \begin{cases} x+2y+\lambda z = 1 \\ 2x+5y+z = 3 \\ -3x-4y+(-4-\lambda)z = -1 \end{cases} (L_1 \leftrightarrow L_2) \Leftrightarrow \begin{cases} x+2y+\lambda z = 1 \\ y+(1-2\lambda)z = 1 \ (L_2 \leftarrow L_2 - 2L_1) \\ 2y+(2\lambda-4)z = 2 \ (L_3 \leftarrow L_3 + 3L_1) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+2y+\lambda z = 1 \\ y+(1-2\lambda)z = 1 \\ (6\lambda-6)z = 0 \ (L_3 \leftarrow L_3 - 2L_2) \end{cases} (*)$$

Comme $6\lambda - 6 = 0 \Leftrightarrow \lambda = 1$, on a :

- <u>si $\lambda \neq 1$</u> : $(*) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1-2y-\lambda z = -1 \\ y = 1-(1-2\lambda)z = 1 \\ z = \frac{0}{6\lambda-6} = 0 \end{cases}$ donc l'ensemble des solutions dans ce cas est $\mathcal{S} = \{(-1,1,0)\}$

- <u>si $\lambda = 1$</u> : $(*) \Leftrightarrow \begin{cases} x+2y+z = 1 \\ y-z = 1 \\ 0 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1-2y-z = -1-3z \\ y = 1+z \end{cases}$

donc l'ensemble des solutions dans ce cas est $\mathcal{S} = \{(-1-3z, 1+z, z), z \in \mathbb{R}\}$

$$(S_2) \Leftrightarrow \begin{cases} x+y+\lambda z = 1 \\ 2x+3y+z = 3 \\ -3x-y+(-4-\lambda)z = -1 \end{cases} (L_1 \leftrightarrow L_2) \Leftrightarrow \begin{cases} x+y+\lambda z = 1 \\ y+(1-2\lambda)z = 1 \ (L_2 \leftarrow L_2 - 2L_1) \\ 2y+(2\lambda-4)z = 2 \ (L_3 \leftarrow L_3 + 3L_1) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+y+\lambda z = 1 \\ y+(1-2\lambda)z = 1 \\ (6\lambda-6)z = 0 \ (L_3 \leftarrow L_3 - 2L_2) \end{cases} (*)$$

Comme $6\lambda - 6 = 0 \Leftrightarrow \lambda = 1$, on a :

- <u>si $\lambda \neq 1$</u> : $(*) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1-y-\lambda z = 0 \\ y = 1-(1-2\lambda)z = 1 \\ z = \frac{0}{6\lambda-6} = 0 \end{cases}$ donc l'ensemble des solutions dans ce cas est $\mathcal{S} = \{(0,1,0)\}$

- <u>si $\lambda = 1$</u> : $(*) \Leftrightarrow \begin{cases} x+y+z = 1 \\ y-z = 1 \\ 0 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1-y-z = -2z \\ y = 1+z \end{cases}$

donc l'ensemble des solutions dans ce cas est $\mathcal{S} = \{(-2z, 1+z, z), z \in \mathbb{R}\}$