

**Exercice 1 (limites usuelles)**

Déterminer les limites suivantes des suites suivantes :

1.  $u_n = \left(\frac{4}{3}\right)^n - \left(-\frac{3}{5}\right)^n$
2.  $v_n = \ln(1 + e^{-n})$
3.  $w_n = \cos(1/n) + \sin(1/n) + \tan(1/n)$
4.  $x_n = \frac{\ln(1 + \frac{1}{n})}{\ln(n)}$
5.  $y_n = \frac{\ln(n)}{\ln(1 - \frac{1}{n})}$

**Exercice 2 (avec des équivalents)**

Déterminer les limites suivantes :

1.  $u_n = \frac{\sin(1/n)}{\sin(2/n)}$
2.  $v_n = \left(1 + \frac{3}{n}\right)^n$
3.  $w_n = \frac{\sin(1/n^2)}{1 - \cos(1/n)}$
4.  $x_n = \frac{\sqrt{1 + \frac{1}{n}} - 1}{e^{1/n} - 1}$
5.  $y_n = \frac{\sin(\sqrt{1 + \frac{1}{n}} - 1)}{e^{1/n} - 1}$

**Exercice 3**

Soient  $(u_n)$  et  $(v_n)$  deux suites de nombres réels strictement positifs et telles que  $u_n \underset{n \rightarrow +\infty}{\sim} v_n$ .

1. Montrer que si  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$  ou  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$  alors  $\ln(u_n) \underset{n \rightarrow +\infty}{\sim} \ln(v_n)$ .
2. Montrer que de manière générale,  $u_n \underset{n \rightarrow +\infty}{\sim} v_n$  n'implique pas que  $\ln(u_n) \underset{n \rightarrow +\infty}{\sim} \ln(v_n)$ .