Remarques DS 5

Dans l'ensemble, on note un bel effort pour "rentrer" dans l'exercice difficile de la fin du sujet. En revanche les conseils de début d'année (se relire, utiliser le brouillon, penser à quantifier) ne sont pas encore suffisamment appliqués.

Remarques importantes :

- Beaucoup de copies ont mal compris plusieurs questions de l'exercice 5 qui demandaient de montrer *une équivalence*. C'est par exemple le cas pour la question demandant de montrer qu'une matrice A est pseudo-bistochastique *si et seulement si* on a $A = B(t)$ pour un certain $t \in \mathbb{R}$. Les copies qui se sont contentées de vérifier que $B(t)$ était effectivement pseudo-bistochastique n'ont en fait fait qu'une seule implication. Il ne fallait donc pas supposer qu'obligatoirement $A = B(t)$.
- Encore trop de copies ont l'erreur "Qx" : qui est x ? Lorsque vous faites un raisonnement, il faut toujours préciser où "vivent" les variables que vous manipulez. Lorsque vous introduisez une notation, il faut toujours préciser ce qu'elle désigne. Cela peut passer pour une simple contrainte rédactionnelle, mais ce n'est pas le cas, notamment dans les situations suivantes :
  - lorsque vous écrivez "$\mathcal{D}_f = ...$" ou "$\mathcal{D}'_f = ...$" au lieu d'écrire "la fonction f est définie sur ..." ou "l'ensemble de dérivabilité de f est ...". En effet, les notations $\mathcal{D}_f$ et $\mathcal{D}'_f$ n'étant pas usuelles, il est fort possible que vous ne soyez pas compris le jour du concours si vous ne les incluez pas dans une phrase explicative.
  - lorsque vous annoncez vouloir prouver par récurrence une propriété $\mathcal{P}(n)$ en oubliant de préciser que vous allez la démontrer pour tout $n \in ...$. En effet, dans ce cas, comment savoir pour quelle valeur de n l'initialisation doit être faite ? (On remarque d'ailleurs que parmi les copies ayant fait une initialisation à $n = 1$ là où $n = 0$ était attendu, aucune n'avait pris soin de quantifier n dans l'annonce du raisonnement par récurrence.)
  - lorsque vous résolvez l'équation $f(x) = y$ dans le but de déterminer f^{-1} en oubliant de préciser pour quels x et y vous travaillez. En effet, il vous est alors impossible de justifier les équivalences que vous écrivez (par exemple, qu'on peut diviser par $e^y - 1$ car $y \neq 0$).

  Bref, il serait temps de prendre en compte l'erreur "Qx"...

Remarques particulières :

- Trop peu de copies ont traité la question 4 de l'exercice 4 alors qu'elle était faisable même sans avoir réussi la question 3. En effet, la question 3 *donnait* le résultat à utiliser.
- D'ailleurs, puisque la question 3 de l'exerice 4 donnait le résultat, en demandant de *montrer que* $M^n = ...$, il était tout à fait inutile de calculer M^2, M^3, M^4 pour émettre une "conjecture".
- Dans la catégorie "perte de temps", je décerne la palme à toutes les copies ayant développé le polynôme $(X-2)(X+3)$ en X^2+X-6 avant de calculer son discriminant $\Delta = 25$ puis ses racines, qui sont, ô suprise, 2 et -3 ! Ne peut-on pas lire les racines d'un polynôme sous sa forme factorisée ?

  Mention spéciale également à toutes les copies ayant bravement étudié la fonction f de l'exercice 2 sur $]-\infty, -3[\cup]2, +\infty[$ alors que l'énoncé demandait explicitement de se concentrer sur $]2, +\infty[$.

- Le théorème de la bijection est très souvent mal appliqué. Je rappelle qu'une fois qu'on a complété le tableau de variations d'une fonction f sur un intervalle I, pour conclure que f est une bijection de I dans un certain intervalle J il faut mentionner trois points :
  - que f est strictement monotone sur I,
  - que f est continue sur I,
  - et que $f(I) = J$.

  Si un de ces points est manquant (en particulier le troisième), vous ne pouvez pas conclure proprement que $f : I \longrightarrow J$ est une bijection.
- Notons d'ailleurs que dire "f est une bijection sur I" n'a pas de sens. Lorsqu'on affirme qu'une application est une bijection, il faut toujours mentionner son ensemble de départ *et* son ensemble d'arrivée.
- Je demande aux élèves à qui j'ai mentionné une erreur de vocabulaire pour les expressions "racine", "solution", "ensemble des solutions", "on pose", "on résout", de prendre un temps pour bien identifier quel mot utiliser dans quelle situation (vous pouvez aussi me poser la question si besoin).
- Lorsqu'on décrit un ensemble par paramètres, attention à séparer les paramètres et les éléments de l'ensemble par une virgule, ou une barre verticle. Ainsi, il faut écrire par exemple $\{(-z, -2z, z) \textbf{ ,} \ z \in \mathbb{R}\}$ ou $\{(-z, -2z, z) \mid z \in \mathbb{R}\}$ et non $\{(-z, -2z, z) \ z \in \mathbb{R}\}$.

<u>Abréviations :</u>

- $\boxed{\text{NJ}}$: une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.
- $\boxed{\text{SSI}}$: erreur logique, vous ne prouvez pas une équivalence ici (*cf* première remarque de cette feuille).
- $\boxed{\text{Q+nom de variable}}$: vous avez oublié d'expliquer ce que désigne cette variable ou pour quelles valeurs de cette variable vous travaillez (*cf* deuxième remarque de cette feuille).