

Exercice 7

Dans un jeu de loto à N numéros, une grille est constituée de k numéros (on ne peut pas jouer deux fois le même numéro).

1. Combien y a-t-il de grilles possibles en tout ?

Aujourd'hui les numéros gagnants sont x_1, x_2, \dots, x_k . *Les valeurs x_1, x_2, \dots, x_k sont donc fixées dans toutes les questions qui suivent.*

Combien y a-t-il de grilles différentes avec...

2. ...aucun bon numéro ?
3. ...exactement 1 bon numéro ?
4. ...exactement 2 bons numéros ?
5. ...exactement p bons numéros ?
6. ...au moins 1 bon numéro ? Donner deux façons de dénombrer cette dernière situation, et en déduire une égalité faisant intervenir des coefficients binomiaux.

Exercice 8

Soit E un ensemble de cardinal $n \in \mathbb{N}^*$ et soient E_1 et E_2 deux sous-ensembles formant une partition de E . On note $n_1 = \text{Card}(E_1)$ et $n_2 = \text{Card}(E_2)$. Soit enfin $k \in \llbracket 0, n \rrbracket$.

1. Quelle relation existe-t-il entre n , n_1 et n_2 ?
2. Combien existe-t-il de sous-ensembles de E de cardinal k ?
3. Soit $i \in \llbracket 0, k \rrbracket$. Combien existe-t-il de sous-ensembles de E de cardinal k contenant exactement i éléments de E_1 et $k - i$ éléments de E_2 ?
4. On note $\mathcal{P}_{i,k}$ l'ensemble des parties de E à k éléments dont exactement i sont dans E_1 . On note aussi \mathcal{P}_k l'ensemble des parties de E à k éléments. Quelle relation y a-t-il entre \mathcal{P}_k et les $\mathcal{P}_{i,k}$? En déduire une formule sur les coefficients binomiaux.