NOM :

PRENOM :

Question 1 (/4 pts). Énoncer la formule des probabilités composées.

Soient $A_1, A_2, \dots, A_n$ des évènements tels que $P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_{n-1}) > 0$.

Alors $P\left(\bigcap_{i=1}^{n} A_i\right) = P(A_1)\, P_{A_1}(A_2)\, P_{A_1\cap A_2}(A_3) \times \dots \times P_{A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_{n-1}}(A_n)$

Pour la question ci-dessous, on a $\boxed{\text{encadré}}$ les éléments rapportant des points

Question 2 (/ 6 pts). Dans une classe il y a 20 filles et 10 garçons. On choisit au hasard 5 élèves dans la classe.

1. Quelle est la probabilité qu'on choisisse au moins une fille ?
2. Quelle est la probabilité qu'on choisisse au plus une fille ?

On modélise l'expérience par l'univers $\boxed{\Omega = \{5\text{-combinaisons de } E\}}$ où E est l'ensemble des élèves. On note aussi $E = F \cup G$ avec F (resp. G) l'ensemble des filles (resp. des garçons).

1) Notons $\boxed{A = \text{« choisir au moins une fille »}}$. Alors $\boxed{\bar{A} = \text{« ne choisir que des garçons »}} = \{5\text{-combinaisons de } G\}$. $\boxed{\text{Par équiprobabilité,}}$ $\boxed{P(\bar{A}) = \dfrac{Card(\bar{A})}{Card(\Omega)} = \dfrac{\binom{10}{5}}{\binom{30}{5}}}$ Finalement, $\boxed{P(A) = 1 - P(\bar{A})} = 1 - \dfrac{\binom{10}{5}}{\binom{30}{5}}$.

2) Notons $\boxed{B = \text{« choisir au plus une fille »}}$. Alors $\boxed{B = B_0 \cup B_1}$ où $B_0 =$ « choisir 0 filles » = « ne choisir que des garçons » $= \bar{A}$ et où $B_1 =$ « choisir exactement une fille ».

On a $\boxed{Card(B_1) = \binom{20}{1} \times \binom{10}{4}}$ (on choisit 1 fille parmi F puis 4 garçons parmi G)

donc par équiprobabilité $P(B_1) = \dfrac{Card(B_1)}{Card(\Omega)} = \dfrac{20 \times \binom{10}{4}}{\binom{30}{5}}$.

Enfin, $\boxed{\text{comme } B_0 \cap B_1 = \emptyset}$ on a

$\boxed{P(B) = P(B_0) + P(B_1)} = 1 - \dfrac{\binom{10}{5}}{\binom{30}{5}} + \dfrac{20 \times \binom{10}{4}}{\binom{30}{5}}$.

NOM :

PRENOM :

Question 1 (/4 pts). Énoncer la formule des probabilités totales.

Soit $(A_1, .., A_n)$ un système complets d'événements alors pour tout événement B on a

$$\mathbb{P}(B) = \sum_{i=1}^{n} \mathbb{P}(B \cap A_i)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \mathbb{P}(A_i) \mathbb{P}_{A_i}(B) \text{ si } \forall i \in [\![1,n]\!], \mathbb{P}(A_i) > 0$$

Question 2 (/ 6 pts). Dans une classe il y a 20 filles et 10 garçons. On choisit au hasard 5 élèves dans la classe.

1. Quelle est la probabilité qu'on choisisse au moins un garçon ?
2. Quelle est la probabilité qu'on choisisse au plus un garçon ?

cf sujet A en remplaçant "garçon" par "fille" et donc "20" par "10". Les applications numériques (qui ne sont pas ce qui rapporte des points) donnaient les réponses suivantes :

1) $1 - \dfrac{\binom{20}{5}}{\binom{30}{5}}$

2) $1 - \dfrac{\binom{20}{5}}{\binom{30}{5}} + \dfrac{10 \times \binom{20}{4}}{\binom{30}{5}}$.