TD 15 exo 12

Les questions 1) à 6) relèvent de lecture de données du tableau.

1) $\mathbb{P}(P) = \dfrac{\#\text{petits calculs}}{\#\text{total de patients}} = \dfrac{357}{357+343} \simeq 51\%$

$\mathbb{P}(A) = \dfrac{\#\text{total de A}}{\#\text{total de patients}} = \dfrac{81+192+6+71}{700} \simeq 50\%$

$\mathbb{P}(A \cap P) = \dfrac{\#\text{traité A petits calculs}}{\#\text{total de patients}} = \dfrac{81+6}{700} \simeq 12\%$

Comme $\mathbb{P}(A\cap P) \neq \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(P)$, le traitement n'est pas indépendant de la taille des calculs.

2) $\mathbb{P}_P(A) = \dfrac{\#\text{traité A pr petits calculs}}{\#\text{total petits calculs}} = \dfrac{87}{357} \simeq 24\%$

3) $\mathbb{P}_{A\cap P}(S) = \dfrac{\#\text{succès pr trait A petits calculs}}{\#\text{total traité A petits calculs}} = \dfrac{81}{87} \simeq 93\%$

4) $\mathbb{P}_{A\cap \overline{P}}(S) = \dfrac{\#\text{succès pr A avec gros calculs}}{\#\text{total A avec gros calculs}} = \dfrac{192}{263} \simeq 73\%$

5) De m. $\mathbb{P}_{\overline{A}\cap P}(S) = \dfrac{234}{270} \simeq 87\%$ et $\mathbb{P}_{\overline{A}\cap\overline{P}}(S) = \dfrac{55}{80} \simeq 69\%$

6) Comme $\mathbb{P}_{A\cap P}(S) > \mathbb{P}_{\overline{A}\cap P}(S)$ et $\mathbb{P}_{A\cap\overline{P}}(S) > \mathbb{P}_{\overline{A}\cap\overline{P}}(S)$ il semble que, que ce soit dans le cas de petits ou de gros calculs, le traitement A a une meilleure probabilité de succès que le traitement B.

7) $\mathbb{P}_A(S) = \dfrac{\#\text{succès pour A}}{\#\text{total de A}} = \dfrac{81+192}{87+263} \simeq 78\%$

et $\mathbb{P}_{\overline{A}}(S) = \dfrac{\#\text{succès pour B}}{\#\text{total pour B}} = \dfrac{234+55}{270+80} \simeq 83\%$

On a $\mathbb{P}_A(S) < \mathbb{P}_{\overline{A}}(S)$ donc, sans prendre en compte la taille des calculs, il semble que le traitement B a une meilleure probabilité de succès que le traitement A.

Ce paradoxe s'explique par le fait que le traitement A a été donné plus souvent aux patients atteints de gros calculs qui sont, on peut le supposer, plus difficiles à guérir.

Le choix du traitement n'a pas été le même selon la taille des calculs, ce qui est reflété par le fait que les événements A et P ne sont pas indépendants. Si A et P étaient indépendants on ne pouvait pas avoir ce paradoxe. En effet :

<u>Th</u> : <u>Si</u> $\mathbb{P}_{A\cap P}(S) > \mathbb{P}_{\bar{A}\cap P}(S)$ et $\mathbb{P}_{A\cap \bar{P}}(S) > \mathbb{P}_{\bar{A}\cap \bar{P}}(S)$

(le traitement A est meilleur dans les cas P et $\bar{P}$)

<u>et si</u> A et P sont indépendants

<u>Alors</u> $\mathbb{P}_{A}(S) > \mathbb{P}_{\bar{A}}(S)$ (le traitement A est meilleur dans l'absolu)

<u>dém</u> : en exo : écrire la FPT pour la proba $\mathbb{P}_A$ dans le sce $(P, \bar{P})$ puis remarquer que $(\mathbb{P}_A)_P(S) = \mathbb{P}_{A\cap P}(S)$.

<u>Moralité</u> : La taille des calculs est ce qu'on appelle un <u>facteur de confusion</u>, ce facteur empêche d'interpréter l'efficacité du traitement avec les données fournies. C'est le <u>paradoxe de Simpson</u>.