

NOM :

PRENOM :

Question 1. Soient G et H deux \mathbb{K} -espaces vectoriels et soit $\phi \in \mathcal{L}(G, H)$.

1. à propos du noyau... (/2pts)

(a) Donner la définition de $\text{Ker}(\phi)$.

(b) Compléter l'équivalence :

$$\phi \text{ est injective} \iff$$

2. à propos de l'image... (/2pts)

(a) Donner la définition de $\text{Im}(\phi)$.

(b) Compléter l'équivalence :

$$\phi \text{ est surjective} \iff$$

3. à propos du rang... (/2pts)

(a) Donner la définition de $\text{rg}(\phi)$.

(b) On rappelle que $\phi \in \mathcal{L}(G, H)$, et on note $q = \dim(G)$ et $r = \dim(H)$. Cocher les 2 équivalences correctes :

ϕ est surjective $\iff \text{rg}(\phi) = q$

ϕ est injective $\iff \text{rg}(\phi) = q$

ϕ est surjective $\iff \text{rg}(\phi) = r$

ϕ est injective $\iff \text{rg}(\phi) = r$

Question 2 (/4pts).

Soit f l'application suivante :

$$\begin{aligned} f &: \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^3 \\ &: (x, y) \longmapsto (x + 2y, -y, -3x - y) \end{aligned}$$

1. Montrer que f est linéaire.

2. Déterminer $\text{rg}(f)$.

3. L'application f est-elle injective ? surjective ? bijective ?

NOM :

PRENOM :

Question 1. Soient V et W deux \mathbb{K} -espaces vectoriels et soit $\phi \in \mathcal{L}(V, W)$.

1. à propos du noyau... (/2pts)

(a) Donner la définition de $\text{Ker}(\phi)$.

(b) Compléter l'équivalence :

$$\phi \text{ est injective} \iff$$

2. à propos de l'image... (/2pts)

(a) Donner la définition de $\text{Im}(\phi)$.

(b) Compléter l'équivalence :

$$\phi \text{ est surjective} \iff$$

3. à propos du rang... (/2pts)

(a) Donner la définition de $\text{rg}(\phi)$.

(b) On rappelle que $\phi \in \mathcal{L}(V, W)$, et on note $d = \dim(V)$ et $q = \dim(W)$. Cocher les 2 équivalences correctes :

ϕ est surjective $\iff \text{rg}(\phi) = q$

ϕ est injective $\iff \text{rg}(\phi) = q$

ϕ est surjective $\iff \text{rg}(\phi) = d$

ϕ est injective $\iff \text{rg}(\phi) = d$

Question 2 (/4pts).

Soit f l'application suivante :

$$\begin{aligned} f &: \mathbb{R}^3 &\longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ &: (x, y, z) &\longmapsto & (x + 2y + z, -x - 2z) \end{aligned}$$

1. Montrer que f est linéaire.

2. Déterminer $\text{rg}(f)$.

3. L'application f est-elle injective ? surjective ? bijective ?