Premières variables, opérations et fonctions TP1

Remarque

Pour commencer, ouvrez Pyzo ou Spyder, et enregistrez votre script sous le nom “`TP1`” dans un dossier nommé “`TP 1ère année`” dans votre espace personnel. On conseille de récupérer le dossier avec tous les TP régulièrement dans l'année, par exemple avant chaque période de vacances.

Remarque

On rappelle que vous devez organiser votre script avec une cellule au moins par exercice (`##` pour Pyzo, `#%%` pour Spyder). Placer également en commentaire le numéro de la question (`#`).

```
## exo 1
# q1
...
# q2
...
## exo 2
...
```

On n'hésitera pas à faire de courts commentaires pour pouvoir relire son code plus tard.

Remarque

Les messages d'erreurs donnent des informations sur l'origine de l'erreur. Ne paniquez pas en les voyant, prenez le temps d'extraire et d'interpréter les informations qu'ils vous donnent : ils sont particulièrement utiles pour repérer l'origine et l'emplacement de vos erreurs.

Exercice 1 Vos déclarations m'affectent — 10 min

Q1 Dans la console Python, définissez une variable `var1` ayant pour valeur 5 et une variable `var2` ayant pour valeur 3.

Q2 Vérifiez les valeurs stockées dans les variables `var1` et `var2` en les demandant à la console. Demandez ensuite à Python de calculer le produit de `var1` et `var2`.

Q3 Dans l'éditeur Python, définissez une variable `var3` valant 2 et une variable `var4` valant 6. Que devez-vous faire ensuite pour pouvoir utiliser `var3` et `var4` dans la console ?

Q4 Ajoutez maintenant la ligne suivante dans l'éditeur :

```
var3 = var3 + var4
```

Combien vaut désormais `var3` ? Vérifiez-le dans la console.

Remarque

Moralité : toujours penser à compiler son code (compilation d'une cellule avec Ctrl + Entrée).

Exercice 2 Guess and check — 15 min

Dans cet exercice, on demande de prédire avant exécution du code la valeur d'une variable. Lisez le code proposé, faites votre prédiction, puis vérifiez-la en recopiant le code dans l'éditeur et en le compilant.

Q1 Que contient la variable `x4` après exécution du code suivant ?

```
x1,x2 = 3,2
x3 = x1**x2+1
x4 = 2*x3**2
```

Q2 Même question pour la variable `y4` avec les instructions suivantes :

```
y1,y2 = 1,4
y3, y4 = y1 + y2/2, y3**2
```

Q3 Même question pour la variable `z4` avec les instructions suivantes :

```
z1,z2,z3 = 1,2,3
z3,z2,z1 = z2,z1,z3
z4 = z2
```

Exercice 3 Trois premières fonctions — 20 min

Q1 Écrire une fonction Python `f` prenant en arguments deux réels strictement positifs x et y (voir remarque ci-dessous) et renvoyant $\dfrac{x-y^2}{\dfrac{2}{x}+\dfrac{1}{2y}}+\dfrac{3x^2}{x^2+2y^2+2}$. On vérifiera que $\texttt{f}(2,3)=-5,5$.

> **Remarque**
> Lorsqu'un énoncé indique d'écrire une fonction Python prenant en arguments des objets ayant *une certaine propriété*, il n'est pas nécessaire (dans ce cours en tout cas) de demander à Python de vérifier cette propriété. On peut toutefois l'indiquer en commentaire. Ici donc, on écrira simplement une fonction `f` prenant en argument deux variables `x` et `y` et on ne l'utilisera qu'avec des valeurs strictement positives pour `x` et `y`.

Q2 Avez-vous écrit la fonction précédente en deux lignes seulement ? Comment faire pour rendre ce calcul plus lisible ?

Q3 Écrire une fonction `g` prenant en arguments deux réels x et y et renvoyant $3x^2+\frac{y^2}{2}$.

Q4 Testez la fonction `g`.

Q5 Écrire une fonction `h` prenant en arguments deux réels x et y et renvoyant les deux réels a et b donnés par :

$$a=\frac{3x^2+\frac{y^2}{2}+1}{(3x^2+\frac{y^2}{2})^2+1}\quad \text{et}\quad b=\frac{x+(3x^2+\frac{y^2}{2})^3}{y^2+1}$$

> **Remarque**
> Est-on vraiment obligé de recopier l'expression $3x^2+\frac{y^2}{2}$ autant de fois ?

On vérifiera que $h(2,3)$ renvoie approximativement $(0.06404391582799634, 449.4125)$.

Q6 Dans la définition de la fonction h, combien de fois avez-vous demandé à Python de calculer $g(x,y)$? Si vous l'avez demandé plus d'une fois, simplifiez votre code.

Exercice 4 **Formule de Héron** ⌛ **(temps restant)**

La formule de Héron, du nom du mathématicien Héron d'Alexandrie, permet d'exprimer l'aire d'un triangle en fonction des longueurs de ses côtés (et donc sans avoir à connaître sa hauteur). Cette formule énonce que si les côtés du triangle sont de longueurs a, b et c alors son aire est

$$\sqrt{\left(\frac{a+b+c}{2}\right) \times \left(\left(\frac{a+b+c}{2}\right) - a\right) \times \left(\left(\frac{a+b+c}{2}\right) - b\right) \times \left(\left(\frac{a+b+c}{2}\right) - c\right)}$$

Q1 Écrire une fonction `aire` prenant en argument les longueurs des côtés et renvoyant l'aire du triangle correspondant. Tester votre fonction pour le triangle (rectangle) de côtés $3, 4$ et 5.

Q2 Avez-vous recopié quatre fois l'expression $\frac{a+b+c}{2}$? Si oui, que pouviez-vous faire de plus économique ?

Q3 Que se passe-t-il si on appelle `f(2,1,5)` ?

On peut montrer que la formule de Héron a un sens si et seulement si les nombres réels a, b et c satisfont les inégalités triangulaires suivantes : $a + b \geq c$, $a + c \geq b$ et $b + c \geq a$.

Q4 Pourquoi ces inégalités sont-elles appelées inégalités triangulaires ?

Q5 Démontrez que la quantité sous la racine carrée dans la formule de Héron est positive si et seulement si $(\ a + b \geq c \ \text{ ET } \ a + c \geq b \ \text{ ET } \ b + c \geq a\ )$.