

Programme de colles : semaine 1, du 16/9 au 20/9

1 Logique

Le principe d'exemple ou de contre-exemple pour prouver ou infirmer une assertion avec des quantificateurs n'a pas été vu en classe. Le principe de récurrence n'est pas au programme de colle.

La négation d'une assertion avec des quantificateurs n'a pas été vue en classe.

- assertions avec des quantificateurs

2 Nombres réels, résolution d'(in)équations

Les résolutions d'(in)équations se feront sans recourir à l'injectivité ou à la monotonie des fonctions impliquées. Les fonctions exponentielle et logarithme ne sont pas au programme de colle.

- manipulation de fractions et de puissances. *L'élévation à une puissance non rationnelle n'a pas été traitée en classe.*
- identités remarquables : $(x + y)^2$, $(x - y)^2$, $x^2 - y^2$
- manipulation de racines carrées, utilisation de la quantité conjuguée.
- manipulation d'inégalités
- tableau de signes
- polynômes du second degré : *Les élèves ne doivent pas utiliser le discriminant pour trouver les racines d'un polynôme du type $X^2 + r$ ou $X^2 + bX$.*

La factorisation de polynômes en utilisant une racine évidente n'a pas été vue en classe.

- racines, signe
- résolution d'équations du type $ax^4 + bx^2 + c = 0$
- somme et produit des racines
- résolution de $x^2 \geq r$
- valeur absolue :
 - interprétation en tant que distance, inégalité triangulaire. *Le corollaire pour minorer $|x - y|$ n'a pas été traité en classe.*
 - résolution de $|x| \geq r$, de $|x| \leq r$, de $|x| = |y|$, de $x^2 = y^2$. *Les distinctions de cas pour éliminer la valeur absolue n'ont pas été vues en classe.*

3 Informatique en langage Python

L'import de bibliothèque n'a pas été vu en classe. En particulier, on écrira les racines carrées avec des puissances 1/2. Les booléens et l'instruction `if` n'ont pas été vus en classe.

- affectations de variables, échange des valeurs de deux variables
- opérations sur les nombres réels
- fonctions

4 Questions de cours

Les premières minutes de la colle porteront sur une ou plusieurs des questions suivantes :

1. Si $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, écrire des phrases avec des quantificateurs signifiant “la fonction f admet un maximum en 3” et “la fonction f admet un maximum”.
2. Écrire une fonction Python prenant en arguments deux réels x et y et renvoyant le réel $\frac{x^2}{2y} + \sqrt{x+1}$.
3. Démontrer que $\sqrt{7-4\sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3}$.
4. Factorisez le polynôme $P(X) = \frac{1}{2}X^2 + \frac{1}{4}X - \frac{3}{4}$.
5. Résoudre sur $\mathbb{R} : x^4 - 3x^2 - 10 = 0$.
6. Compléter et illustrer sur le graphe de la fonction $x \mapsto x^2$ les équivalences suivantes pour $x \in \mathbb{R}$ et $r \in \mathbb{R}^+ : x^2 \geq r \iff \dots ; x^2 \leq r \iff \dots$
7. Énoncer et démontrer l’inégalité triangulaire.
8. Résoudre sur $\mathbb{R} : \frac{x^2 + 3x - 4}{3 - x} > 0$.

La colle se poursuivra avec un ou plusieurs calcul “type remédiation” au sein ou non d’un exercice plus compliqué. Cette semaine, ces calculs doivent être similaires à ceux traités dans les feuilles de :

- Remédiation 1, exo 8 : <https://cahier-de-prepa.fr/bcpst1b-berthelot/download?id=5121>
- Remédiation 2, exo 4 : <https://cahier-de-prepa.fr/bcpst1b-berthelot/download?id=5153>

La question de cours est noté sur 10 points, le reste des exercices sur 10 autres points.