

Programme de colles : semaine 2, du 23/9 au 27/9

Les nouveautés par rapport à la semaine précédente sont en bleu.

1 Logique

Le principe d'exemple ou de contre-exemple pour prouver ou infirmer une assertion avec des quantificateurs n'a pas été vu en classe.

- assertions avec des quantificateurs
- connecteurs logiques ou, et, non, implique, équivaut
- négation d'une assertion avec des quantificateurs
- raisonnement par récurrence. *Les récurrences double et forte ne sont pas au programme de colle.*

2 Nombres réels, résolution d'(in)équations

Les résolutions d'(in)équations se feront sans recourir à l'injectivité ou à la monotonie des fonctions impliquées. Les fonctions exponentielle et logarithme ne sont pas au programme de colle.

La factorisation de polynômes en utilisant une racine évidente n'a pas été vue en classe.

- reprise du programme précédent
- distinctions de cas pour éliminer la valeur absolue

3 Premières sommes

Les seules manipulations exigibles sont la définition : $\sum_{k=1}^{n+1} u_k = u_{n+1} + \sum_{k=1}^n u_k$ et la linéarité. Réindication, retournement, télescopage et découpage (i.e. écrire par exemple $\sum_{k=p}^n u_k = \sum_{k=1}^n u_k - \sum_{k=1}^{p-1} u_k$) n'ont pas été vus en classe.

- somme d'une constante
- somme géométrique : $\sum_{k=0}^n q^k$
- sommes d'Euler : $\sum_{k=1}^n k$ et $\sum_{k=1}^n k^2$
- linéarité de la somme
- preuve de la valeur d'une somme par récurrence

4 Informatique en langage Python

L'import de bibliothèque n'a pas été vu en classe. En particulier, on écrira les racines carrées avec des puissances $1/2$.

- affectations de variables, échange des valeurs de deux variables
- opérations sur les nombres réels
- fonctions
- booléens : constructions avec `==`, `!=`, `>=` et avec les opérateurs `not`, `and`, `or`. Savoir tester si un entier est multiple d'un autre.
- structure conditionnelle `if`, `else`. *L'instruction `elif` n'a pas encore été vue en classe.*

5 Questions de cours

Les premières minutes de la colle porteront sur une ou plusieurs des questions suivantes :

1. Si $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, écrire des phrases avec des quantificateurs signifiant “la fonction f admet un maximum en 3” et “la fonction f admet un maximum”.
2. Écrire une fonction Python prenant en arguments deux réels x et y et renvoyant le réel $\frac{x^2}{2y} + \sqrt{x+1}$.
3. Démontrer que $\sqrt{7-4\sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3}$.
4. Compléter et illustrer sur le graphe de la fonction $x \mapsto x^2$ les équivalences suivantes pour $x \in \mathbb{R}$ et $r \in \mathbb{R}^+ : x^2 \geq r \iff \dots ; x^2 \leq r \iff \dots$
5. Énoncer et démontrer l'inégalité triangulaire.
6. Démontrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $2^n \geq n + 1$.
7. Soit (u_n) définie par $u_0 = 0$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = \frac{3u_n - 1}{2}$. Démontrer que : $\forall n \in \mathbb{N}, u_n \leq 1$.
8. Donner et démontrer par récurrence la valeur de $\sum_{k=1}^n k$.
9. Donner la valeur de $\sum_{k=1}^n k^2$ et/ou de $\sum_{k=0}^n q^k$.
10. Écrire une fonction Python `valabs` prenant en argument un réel x et renvoyant $|x|$.

La colle se poursuivra avec un ou plusieurs calcul “type remédiation” au sein ou non d'un exercice plus compliqué. Cette semaine, ces calculs doivent être similaires à ceux traités dans les feuilles de :

- Remédiation 1, exo 8 : <https://cahier-de-prepa.fr/bcpst1b-berthelot/download?id=5121>
- Remédiation 2, exo 4 : <https://cahier-de-prepa.fr/bcpst1b-berthelot/download?id=5153>

La question de cours est noté sur 10 points, le reste des exercices sur 10 autres points.