Exercice 1
Exprimer u_n et $\sum_{k=0}^{n} u_k$ en fonction de n lorsque la suite $(u_n)_{n\geq 0}$ est :

1. la suite arithmétique de raison -2 telle que $u_0 = 3$.
2. la suite géométrique de raison -2 telle que $u_0 = 3$.
3. donnée par $u_0 = 3$ et $\forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} = -\frac{1}{2}u_n + 1$.
4. donnée par $u_0 = -1$ et $\forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} = \frac{3u_n - 1}{2}$.

Exercice 2
Soit (u_n) donnée par $u_0 = 1$ et pour tout $n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} = \frac{3u_n + 1}{2u_n + 4}$.

1. Justifier que (u_n) est correctement définie.
2. On pose, pour tout $n \in \mathbb{N},\ t_n = \frac{2u_n - 1}{u_n + 1}$. Justifier que (t_n) est correctement définie puis montrer que (t_n) est géométrique.
3. En déduire l'expression de t_n puis de u_n en fonction de n.

Exercice 3
Soit $(u_n)_{n\geq 0}$ la suite donnée par $u_0 = 0$ et pour tout $n \geq 0,\ u_{n+1} = 3u_n - 2n + 3$.

1. On pose pour tout $n \in \mathbb{N},\ v_n = u_n - n + 1$. Montrer que (v_n) est géométrique.
2. En déduire l'expression de u_n en fonction de n.

Exercice 4
Soit (u_n) donnée par $u_0 = 1$ et $\forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} = u_n + 3^{n+1}$.

1. Combien valent $u_1,\ u_2$ et u_3 ?
2. Déterminer l'expression de u_n en fonction de n.

Exercice 5
On place un capital de 1000 euros sur un compte rémunéré à 2% par an. Combien cela rapporte-t-il après n années ?

Exercice 6
Dans une réserve naturelle, le nombre d'animaux évolue chaque année de la manière suivante : 20% de la population actuelle disparaît (c'est le bilan des naissances et des décès), et 120 nouveaux animaux sont introduits. Si la population initiale est de 1000 animaux, quelle est la population après n années ? Au bout de combien d'années y a-t-il moins de 800 animaux ?

Exercice 7
Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 3$ et $\forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} = u_n^2$.

1. Justifier que la suite $(v_n) = (\ln(u_n))$ est correctement définie.
2. Que dire de (v_n) ?
3. En déduire l'expression de u_n en fonction de n.

Exercice 8
Exprimer u_n en fonction de n lorsque (u_n) est la suite donnée par :

1. $u_0 = 1,\ u_1 = 2$ et $\forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+2} = 2u_{n+1} - u_n$
2. $u_0 = u_1 = 1$ et $\forall n \in \mathbb{N},\ 2u_{n+2} + u_{n+1} - u_n = 0$
3. $u_0 = -1,\ u_1 = 1$ et $\forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+2} = 2u_n$.

Exercice 9
Soit (u_n) la suite donnée par $u_0 = u_1 = 1$ et la relation

$$(*)\ :\ \forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+2} = 2u_{n+1} + 3u_n + 4.$$

1. Déterminer une suite constante (ℓ) satisfaisant la relation $(*)$.
2. Que dire de la suite $(v_n) = (u_n - \ell)$?
3. Déterminer la valeur de u_n pour tout $n \in \mathbb{N}$.

Exercice 10
Soit $(u_n)_{n\geq 0}$ la suite donnée par

$$u_0 = 2,\ u_1 = 1 \text{ et } \forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+2} = \frac{u_{n+1}^4}{u_n^3}$$

1. Montrer que (u_n) est correctement définie et que : $\forall n \in \mathbb{N},\ u_n > 0$.
2. Quelle suite auxiliaire (v_n) est-il judicieux d'introduire ?
3. En déduire l'expression de u_n en fonction de n pour tout $n \in \mathbb{N}$.

Exercice 11
Soit $(u_n)_{n\geq 0}$ définie par $u_0 = 1$ et $\forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} = 1 + \sum_{k=0}^{n} u_k$.

1. Calculer u_1, u_2, u_3, u_4.
2. Déterminer la valeur de u_n pour tout $n \in \mathbb{N}$.

Exercice 12
Déterminer l'expression de u_n en fonction de n pour les suites récurrentes doubles suivantes :

1. $u_0 = \sqrt{3},\ u_1 = 2$ et $\forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+2} = 2\sqrt{3}u_{n+1} - 12u_n$.
2. $u_0 = 3,\ u_1 = 2$ et $\forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+2} = -u_n$.
3. $u_0 = e^3,\ u_1 = 2$ et $\forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+2} = \left(\dfrac{u_{n+1}}{u_n}\right)^2$.

Exercice 13
Soit $r \in \mathbb{R}_*^+$. Exprimer en fonction de $u_0,\ u_1$ et n le terme général de la suite $(u_n)_{n\geq 0}$ vérifiant

$$\forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+2} = -r^2\, u_n.$$