Programme de colles : semaine 4, du 7/10 au 11/10

Les nouveautés par rapport à la semaine précédente sont en bleu.

1 Premières sommes

Reprise du programme précédent. Attention : la valeur de $\sum_{k=1}^{n} k^3$ *n'a pas été donnée en classe.*

2 Trigonométrie

On adopte un point de vue géométrique. L'étude des fonctions trigonométriques et trigonométriques réciproques sera faite ultérieurement.

- interprétation géométrique de la mesure d'un angle en radians, du cosinus, du sinus, de la tangente. Ensemble de définition de la tangente.
- rotations, symétries.
- valeurs usuelles de $\sin, \cos, \tan$ (à savoir par cœur)
- formules $\cos(a \pm b),\ \sin(a \pm b),\ \cos(2a),\ \sin(2a)$. Application : déterminer $\cos(\frac{\pi}{8})$
- Les formules pour les quantités suivantes sont à savoir par cœur : $\cos(-\theta),\ \sin(-\theta),\ \tan(-\theta),\ \cos(a+b),\ \sin(a+b),\ \cos(2a),\ \sin(2a)$
- Les formules pour les quantités suivantes sont à savoir retrouver rapidement : $\cos(a-b),\ \sin(a-b)$, cos, sin et tan de $\pm\theta \pm \pi,\ \pm\frac{\pi}{2} \pm \theta$
- résolution d'équations trigonométriques sur $\mathbb{R}$ ou sur un intervalle donné. On se ramène à $\cos(\theta) = \cos(\phi),\ \sin(\theta) = \sin(\phi),\ \tan(\theta) = \tan(\phi)$.
- résolution d'inéquations trigonométriques. *Pour les inéquations, on attend une justification par un dessin uniquement.*
- définition de $\arccos, \arcsin, \arctan$. *Aucune propriété autre que la définition n'est exigible.* Résolution de $\cos(x) = c,\ \sin(x) = s,\ \tan(x) = t$ lorsque c, s et t ne correspondent pas à des valeurs usuelles.
- écriture sous la forme phase/amplitude. *La convention choisie est d'écrire* $a\cos(\theta) + b\sin(\theta)$ *sous la forme* $r\cos(\theta + \phi)$. Application : résolution de $\cos(x) - \sqrt{3}\sin(x) = \sqrt{2}$

3 Suites usuelles

Les suites récurrentes linéaires d'ordre 2 n'ont pas été abordées en classe.

- suites arithmétiques, géométriques, limites de telles suites. *La formule générale pour la somme des termes succesifs de telles suites (i.e. "de p à n") n'a pas été donnée.*
- suites arithmético-géométriques. *La méthode de détermination du terme générale doit être connue.*
- exemples d'utilisation de suites auxiliaires pour se ramener à des suites usuelles

4 Informatique en langage Python

L'import de bibliothèque n'a pas été vu en classe. En particulier, on écrira les racines carrées avec des puissances 1/2.

- fonction `print`. *On déconseille aux élèves d'utiliser `print` à l'intérieur des fonctions.*
- boucle `for` : fonction range, calculs de sommes et de produits, suites récurrentes définies par une relation du type $u_{n+1} = f(u_n)$. ***Attention :*** *les suites récurrentes double et le cas des relations du type $u_{n+1} = f(u_n, n)$ n'a pas été traité en classe. On attend des élèves qu'ils sachent réaliser le "suivi des variables" dans la boucle pour décider des bornes du `range`.*

5 Questions de cours

Les premières minutes de la colle porteront sur une ou plusieurs des questions suivantes :

1. Indiquer sur le cercle trigonométrique la définition géométrique du cosinus, du sinus et de la tangente, et donner l'ensemble de définition de la fonction tangente.
2. Donner le cosinus, le sinus et la tangente d'un multiple de $\pi/6$ ou de $\pi/4$ choisi par l'examinateur.
3. Donner la formule de $\cos(a+b)$ (resp. $\sin(a+b)$) et en déduire celle de $\cos(a-b)$ (resp. $\sin(a-b)$).
4. Donner la formule exprimant $\cos(2a)$ en fonction de $\cos(a)$. En déduire $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)$.
5. Donner la définition de arccos, arcsin ou arctan.
6. Donner la définition d'une suite arithmétique (ou géométrique) $(u_n)_{n\geq 0}$, puis donner et démontrer la formule donnant l'expression de u_n en fonction de u_0 et de n.
7. Donner l'expression de u_n en fonction de n si (u_n) est une suite arithmético-géométrique choisie par l'examinateur.
8. Donner la valeur de $\lim\limits_{n\to+\infty} q^n$ en fonction de $q \in \mathbb{R}$ et illustrer chacun des quatre cas $q > 1$, $0 < q < 1$, $-1 < q < 0$ et $q < -1$ par un schéma.
9. Écrire une fonction Python `somme` (resp. `produit`) prenant en argument un entier n et renvoyant $\sum_{k=5}^{n} \frac{\sqrt{k}}{k+1}$ (resp. $\prod_{k=2}^{n} \frac{1+k}{2}$) ou de toute autre somme ou produit simple choisi par l'examinateur.
10. Écrire une fonction Python `suite` prenant en argument un entier n et renvoyant u_n où la suite (u_n) est définie par une relation de récurrence simple du type $u_{n+1} = f(u_n)$ ou $u_n = f(u_{n-1})$.

La colle se poursuivra avec un ou plusieurs calcul "type remédiation" au sein ou non d'un exercice plus compliqué. Cette semaine, ces calculs doivent être similaires à ceux traités dans les feuilles de :

- Remédiation 3, exos 1, 2, 3 : `https://cahier-de-prepa.fr/bcpst1b-berthelot/download?id=5238`

La question de cours est noté sur 10 points, le reste des exercices sur 10 autres points.