

Programme de colles : semaine 6, du 4/11 au 8/11

Les nouveautés par rapport à la semaine précédente sont en bleu.

1 Informatique en langage Python

Reprise du programme précédent (boucles for).

2 Logique

Reprise du programme précédent (récurrences).

3 Suites usuelles

Reprise du programme précédent.

4 Exponentielles et logarithmes

Les résolutions d'équations et d'inéquations avec des exponentielles et des logarithmes n'ont pas été abordées en classe.

- règles de calculs.
- par définition, pour $a > 0$ et $b \in \mathbb{R}$:
 $a^b = \exp(b \ln(a))$

5 Études de fonctions

La fonction partie entière ne fait pas partie du programme de colle.

On insistera sur la différence entre f et $f(x)$.

- ensemble de définition et d'arrivée, vocabulaire
- savoir déterminer l'ensemble de définition et de dérivabilité d'une fonction donnée
- opérations, composition
- fonctions monotones, strictement monotones
- fonctions paires, impaires, périodiques, interprétation graphique
- lien entre dérivée et sens de variation
- équation de la tangente au graphe en un point
- fonctions usuelles : pour chacune des fonctions suivantes, connaître : les ensembles de définition et d'arrivée, la dérivée, le sens de variation, les limites, les éventuelles parité et périodicité, l'allure du graphe : *Les graphes du logarithme décimal et de $x \mapsto a^x$ pour $a \neq e$ n'ont pas été donnés en classe. Le lien entre les graphes d'une fonction et de sa réciproque n'a pas été mentionné en classe.*
 - logarithme, logarithme décimal
 - exponentielle, fonction $x \mapsto a^x$ pour $a \in \mathbb{R}$
 - cosinus, sinus, tangente, arctangente
 - fonctions puissances $x \mapsto x^n$ pour $n \in \mathbb{N}$, $x \mapsto \frac{1}{x}$, $x \mapsto \sqrt{x}$ et $x \mapsto x^\alpha$ pour $\alpha \in \mathbb{R}$
 - valeur absolue
- calculs de dérivées : dérivées des fonctions usuelles (dont arctan), dérivée d'un produit, d'un quotient, dérivées des composées usuelles, formule de la dérivée d'une composée

- schéma d'étude d'une fonction :

1. ensemble de définition	6. tableau de variations
2. restriction de l'ensemble d'étude par parité et/ou périodicité	7. limites et valeurs d'intérêt. <i>Les calculs de limites (notamment les formes indéterminées) n'ont pas été revus en classe. Les élèves ne doivent pas hésiter à demander de l'aide pour calculer une limite.</i>
3. ensemble de dérivabilité	8. allure du graphe
4. calcul de la dérivée	
5. recherche du signe de la dérivée	

- obtention d'inégalités par étude de fonction. *Aucun résultat sur les extrema locaux n'a été énoncé en classe (ni même la définition).*

6 Questions de cours

Les premières minutes de la colle porteront sur une ou plusieurs des questions suivantes :

1. Soit (u_n) la suite définie par : $u_0 = 2$, $u_1 = 5$ et $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_{n+2} = 5u_{n+1} - 6u_n$. Démontrer par récurrence double que : $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_n = 2^n + 3^n$.
2. Déterminer l'expression de u_n en fonction de n où (u_n) est une suite récurrente linéaire d'ordre 2 choisie par l'examineur. *Note aux colleurs : attention, cas $\Delta \geq 0$ uniquement.*
3. Si $f : D_f \rightarrow \mathbb{R}$ et $g : D_g \rightarrow \mathbb{R}$, donner la définition de $f \circ g$. On précisera son ensemble de définition en fonction de D_f et D_g . Calculer $f \circ g$ et $g \circ f$ pour deux fonctions f et g simples choisies par l'examineur.
4. Soit I un intervalle de \mathbb{R} et soit $f : I \rightarrow \mathbb{R}$. Donner la définition de f est (strictement) (dé)croissante sur I .
5. Soit I un intervalle de \mathbb{R} et soit $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction à la fois croissante et décroissante sur I . Démontrer que f est constante sur I .
6. *(Avec des parenthèses ad hoc...)*. Soient $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. On suppose que f est (dé)croissante sur \mathbb{R} et que g est (dé)croissante sur \mathbb{R} . Montrer que $f \circ g$ est (dé)croissante sur \mathbb{R} .
7. Soit $x_0 \in \mathbb{R}$ et soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction dérivable en x_0 . Donner l'équation de la tangente au graphe de f en x_0 .
8. Énoncer la formule donnant la dérivée de $f \circ g$ puis l'appliquer pour démontrer une ou plusieurs formules du type : $(\ln(u))' = \frac{u'}{u}$, $(e^u)' = u'e^u$, $\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$, etc. *Pour cette question, on ne demande pas de préciser l'ensemble de dérivabilité des fonctions en jeu.*
9. Soit $f : D \rightarrow \mathbb{R}$. Donner la définition de " f est (im)paire" ou " f est T -périodique" et expliquer ce qu'on peut alors dire du graphe de f .
10. Soit $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction impaire. Montrer que si $0 \in D$ alors $f(0) = 0$.
11. Présenter une fonction usuelle parmi : $x \mapsto x^n$ pour $n \in \mathbb{N}$, inverse, racine carrée, logarithme, exponentielle, $x \mapsto x^\alpha$ pour $\alpha \in \mathbb{R}$, cosinus, sinus, tangente, valeur absolue.

La colle se poursuivra avec un ou plusieurs calcul "type remédiation" au sein ou non d'un exercice plus compliqué. Cette semaine, ces calculs doivent être similaires à ceux traités dans les feuilles de :

- Remédiation 4, tous les exos : <https://cahier-de-prepa.fr/bcpst1b-berthelot/download?id=5313>

La question de cours est noté sur 10 points, le reste des exercices sur 10 autres points.