

NOM :

PRENOM :

Question 1 (/1 pt). Soit $P \in \mathbb{R}[X]$ et soit $\alpha \in \mathbb{R}$.
Donner la définition de : " α est racine de P ".

$$P(\alpha) = 0$$

Question 2 (/1 pt). Soient A et B deux polynômes.
Donner la définition de " A divise B ".

$$\exists Q \in \mathbb{R}[X] : B = QA$$

Question 3 (/3 pt). Soit $A = X^2 + 1$ et soit $B = X^4 - 3X^2 - 4$. Démontrer que A divise B .

Cherchons $Q \in \mathbb{R}[X]$ tel que $B = QA$. Nécessairement on a $\deg(Q) = \deg(B) - \deg(A) = 4 - 2 = 2$, donc il existe $a, b, c \in \mathbb{R}$ (avec $a \neq 0$) tels que $Q(X) = aX^2 + bX + c$. Soit alors :

$$B = QA \Leftrightarrow X^4 - 3X^2 - 4 = (aX^2 + bX + c)(X^2 + 1)$$

$$\Leftrightarrow X^4 - 3X^2 - 4 = aX^4 + bX^3 + cX^2 + aX^2 + bX + c$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ c + a = -3 \\ c = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ c = -4 \end{cases}$$

Donc $Q(X) = X^2 - 4$ et $B = QA$; ainsi A divise B .

Question 4 (/5 pts). Soit $L = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ une liste de n nombres réels.

- Rappeler la définition de la moyenne \bar{x} et de l'écart type σ de cette liste de nombres.
- Écrire une fonction Python prenant en argument L et renvoyant \bar{x} .
- Écrire une fonction Python prenant en argument L et renvoyant σ .

$$1) \text{ On a } \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \text{ et } \sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

2) `def moy(L):`
 `return sum(L)/len(L)`

3) `def ecart(L):`
 `S = 0`
 `m = moy(L)`
 `for x in L:`
 `S = S + (x - m)**2`
 `return (S/len(L))**(1/2)`