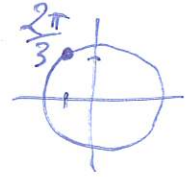


NOM :

PRENOM :



Question 1 (/1 pt). Donner la définition du conjugué d'un nombre complexe.

Pour $z = x + iy \in \mathbb{C}$ avec $x, y \in \mathbb{R}$, le conjugué de z est $\bar{z} = x - iy$.

Question 2 (/2 pts). Déterminer la forme exponentielle de $z = -\sqrt{3} + 3i$.

On a $|z| = \sqrt{(-\sqrt{3})^2 + 3^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$
 On écrit donc $z = 2\sqrt{3} \left(-\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} + \frac{3}{2\sqrt{3}}i \right) = 2\sqrt{3} \left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \right)$
 $= 2\sqrt{3} \left(\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) \right) = 2\sqrt{3} e^{2i\frac{\pi}{3}}$

Question 3 (/3 pts). Factoriser $P(X) = X^3 + 4X^2 - 11X + 6$.

On remarque que $P(1) = 1 + 4 - 11 + 6 = 0$ donc 1 est racine de P . De plus, $P'(X) = 3X^2 + 8X - 11$ donc $P'(1) = 3 + 8 - 11 = 0$ donc 1 est racine double de P . Donc il existe $Q \in \mathbb{R}[X]$ tel que $P(X) = (X-1)^2 Q(X)$. Néanmoins $\deg(Q) = \deg(P) - \deg((X-1)^2) = 3 - 2 = 1$ donc il existe $a, b \in \mathbb{R}$ (avec $a \neq 0$) tels que $Q(X) = aX + b$. Dès lors :

$$P(X) = (X-1)^2 Q(X) \Leftrightarrow X^3 + 4X^2 - 11X + 6 = (X^2 - 2X + 1)(aX + b)$$

$$\Leftrightarrow X^3 + 4X^2 - 11X + 6 = aX^3 - 2aX^2 + aX + bX^2 - 2bX + b$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ -2a + b = 4 \\ a - 2b = -11 \\ b = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 6 \end{cases} \text{ donc } Q(X) = X + 6 \text{ et finalement } P(X) = (X-1)^2 (X+6).$$

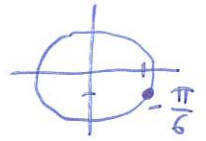
Question 4 (/4 pts). Soit $L = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ une liste de n nombres réels.

1. Rappeler la définition de la moyenne $\bar{x}$ et de l'écart type σ de cette liste de nombres.
2. Écrire une fonction Python prenant en argument L et renvoyant $\bar{x}$.
3. Écrire une fonction Python prenant en argument L et renvoyant σ .

cf interro 11

NOM :

PRENOM :



Question 1 (/1 pt). Donner la définition du module d'un nombre complexe.

Le module de $z \in \mathbb{C}$ est $|z| = \sqrt{z\bar{z}}$

ou

Le module de $z = x + iy \in \mathbb{C}$ (où $x, y \in \mathbb{R}$) est $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$

Question 2 (/2 pts). Déterminer la forme exponentielle de $z = 3 - \sqrt{3}i$.

$$\text{On a } |z| = \sqrt{3^2 + (-\sqrt{3})^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

On écrit donc

$$\begin{aligned} z &= 2\sqrt{3} \left(\frac{3}{2\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}i \right) = 2\sqrt{3} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i \right) \\ &= 2\sqrt{3} \left(\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) \right) = 2\sqrt{3}e^{-i\frac{\pi}{6}} \end{aligned}$$

Question 3 (/3 pts). Factoriser $P(X) = X^3 - 8X^2 + 13X - 6$.

On remarque que $P(1) = 1 - 8 + 13 - 6 = 0$ donc 1 est racine de P .
De plus, $P'(X) = 3X^2 - 16X + 13$ donc $P'(1) = 3 - 16 + 13 = 0$ donc 1 est racine multiple de P .

Donc il existe $Q \in \mathbb{R}[X]$ tel que $P(X) = (X-1)^2 Q(X)$. Nécessairement $\deg(Q) = \deg(P) - \deg((X-1)^2) = 3 - 2 = 1$ donc il existe $a, b \in \mathbb{R}$ ($a \neq 0$) tels que $Q(X) = aX + b$. Dès lors :

$$P(X) = (X-1)^2 Q(X) \Leftrightarrow X^3 - 8X^2 + 13X - 6 = (X^2 - 2X + 1)(aX + b)$$

$$\Leftrightarrow X^3 - 8X^2 + 13X - 6 = aX^3 - 2aX^2 + aX + bX^2 - 2bX + b$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b - 2a = -8 \\ a - 2b = 13 \\ b = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -6 \end{cases} \text{ donc } Q(X) = X - 6$$

et donc $P(X) = (X-1)^2(X-6)$

Question 4 (/4 pts). Soit $L = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ une liste de n nombres réels.

- Rappeler la définition de la moyenne $\bar{x}$ et de l'écart type σ de cette liste de nombres.
- Écrire une fonction Python prenant en argument L et renvoyant $\bar{x}$.
- Écrire une fonction Python prenant en argument L et renvoyant σ .

cf inters 11