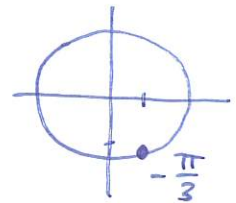


NOM :

PRENOM :

Question 1 (/2 pts). Déterminer la forme exponentielle de $z = \sqrt{3} - 3i$. Sans plus de calcul, donner alors la forme exponentielle de $\bar{z}$.

On a : $|z| = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + (-3)^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$, on écrit ensuite
 $z = 2\sqrt{3} \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{2\sqrt{3}}i \right) = 2\sqrt{3} \left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \right) = 2\sqrt{3} e^{-i\frac{\pi}{3}}$
 Donc $\bar{z} = 2\sqrt{3} e^{i\frac{\pi}{3}}$



Question 2 (/2 pts). Énoncer l'inégalité triangulaire dans $\mathbb{C}$.

$$\forall z, z' \in \mathbb{C}, |z + z'| \leq |z| + |z'|$$

Question 3 (/3 pts). Pour $\theta \in \mathbb{R}$, linéariser : $\sin(2\theta) \cos(\theta)$.

$$\begin{aligned} \sin(2\theta) \cos(\theta) &= \frac{e^{2i\theta} - e^{-2i\theta}}{2i} \times \frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2} \\ &= \frac{1}{4i} (e^{3i\theta} - e^{-i\theta} + e^{i\theta} - e^{-3i\theta}) \\ &= \frac{1}{4i} (e^{3i\theta} - e^{-3i\theta} + (e^{i\theta} - e^{-i\theta})) \\ &= \frac{1}{4i} (2i \sin(3\theta) + 2i \sin(\theta)) \\ &= \frac{\sin(3\theta) + \sin(\theta)}{2} \end{aligned}$$

Question 4 (/3 pts). Soit (u_n) la suite définie par $u_1 = 4$ et $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \frac{1}{2u_n + 3}$. Écrire un programme Python permettant de tracer u_n en fonction de n pour $n \in [1, 30]$.

```
def liste_suite(n):
    L = []
    u = 4
    for k in range(n):
        L.append(u)
        u = 1/(2*u + 3)
    return L
```

liste_suite(n) renvoie la
liste $[u_1, u_2, \dots, u_n]$

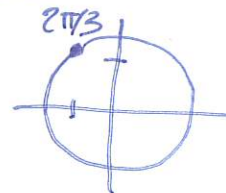
```
import matplotlib.pyplot as plt
L_absi = [k for k in range(1, 31)]
L_orde = liste_suite(30)
plt.plot(L_absi, L_orde)
plt.show()
```

NOM :

PRENOM :

Question 1 (/2 pts). Déterminer la forme exponentielle de $z = -\sqrt{3} + 3i$. Sans plus de calcul, donner alors la forme exponentielle de $\bar{z}$.

On a : $|z| = \sqrt{(-\sqrt{3})^2 + 3^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$, on écrit ensuite
 $z = 2\sqrt{3} \left(-\frac{1}{2} + \frac{3}{2\sqrt{3}}i \right) = 2\sqrt{3} \left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \right) = 2\sqrt{3} e^{2i\pi/3}$
 Donc $\bar{z} = 2\sqrt{3} e^{-2i\pi/3}$



Question 2 (/2 pts). Énoncer l'inégalité triangulaire dans $\mathbb{C}$.

$$\forall z, z' \in \mathbb{C}, |z + z'| \leq |z| + |z'|$$

Question 3 (/3 pts). Pour $\theta \in \mathbb{R}$, linéariser : $\cos(2\theta) \sin(\theta)$.

$$\begin{aligned} \cos(2\theta) \sin(\theta) &= \frac{e^{2i\theta} + e^{-2i\theta}}{2} \times \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i} \\ &= \frac{1}{4i} (e^{3i\theta} + e^{-i\theta} - e^{i\theta} - e^{-3i\theta}) \\ &= \frac{1}{4i} (e^{3i\theta} - e^{-3i\theta} - (e^{i\theta} - e^{-i\theta})) \\ &= \frac{1}{4i} (2i \sin(3\theta) - 2i \sin(\theta)) \\ &= \frac{\sin(3\theta) - \sin(\theta)}{2} \end{aligned}$$

Question 4 (/3 pts). Soit (u_n) la suite définie par $u_1 = 5$ et $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = \frac{1}{3u_n + 2}$. Écrire un programme Python permettant de tracer u_n en fonction de n pour $n \in [1, 30]$.

```
def liste_suite(n):
    L = []
    u = 5
    for k in range(n):
        L.append(u)
        u = 1/(3*u + 2)
    return L
```

liste_suite(n) renvoie la
liste $[u_1, u_2, \dots, u_n]$

```
import matplotlib.pyplot as plt
L_absc = [k for k in range(1, 31)]
L_ordo = liste_suite(30)
plt.plot(L_absc, L_ordo)
plt.show()
```