



Listes (2)

TP14

Exercice 1 Proche du cours

Q1 Écrire une fonction prenant en argument une liste $L = [x_0, x_1, x_2, \dots, x_{n-1}]$ et renvoyant $\sum_{k=0}^{n-1} \frac{x_k}{1+k}$.
 Testez votre fonction avec la liste $L = [3, 2, 6, 8]$, on vérifiera que la somme demandée vaut 8.

Q2 Écrire une fonction prenant en argument une liste contenant les nombres $x_1, x_2, \dots, x_n$ et renvoyant la valeur de $\sum_{k=1}^n k x_k$. Testez votre fonction avec la liste $L = [1, 3, 5, 7, \dots, 101]$, on vérifiera que la somme demandée vaut alors 89 726.

Q3 Écrire une fonction prenant en argument une liste $L = [x_0, x_1, x_2, \dots, x_{n-1}]$ et renvoyant la liste $[x_0^2 + 0^2, x_1^2 + 1^2, x_2^2 + 2^2, \dots, x_{n-1}^2 + (n-1)^2]$. Testez votre fonction avec une liste de votre choix.

Q4 Écrire une fonction prenant en argument une liste $L = [x_1, x_1, x_2, \dots, x_n]$ et renvoyant la liste $[x_1 + x_2, x_2 + x_3, x_3 + x_4, \dots, x_{n-1} + x_n]$. Testez votre fonction avec une liste de votre choix.

Exercice 2 Polynômes

On représente un polynôme $P(X) = a_0 + a_1X + a_2X^2 + \dots + a_nX^n \in \mathbb{R}[X]$ par la liste Python $L = [a_0, a_1, a_2, \dots, a_n]$.

Q1 À quel polynôme correspond la liste $[0, 2, 1]$? À quelle liste correspond le polynôme $P(X) = X^3$?

Q2 Écrire une fonction `evalue` prenant en argument une liste L correspondant à un polynôme $P = \sum_{k=0}^n a_k X^k$ et un nombre t , et renvoyant $P(t)$.

Q3 En utilisant la fonction précédente, écrire une fonction `racine` prenant en arguments un nombre réel x et une liste L correspondant à un polynôme P , et renvoyant `True` si x est racine de P , et `False` sinon. Tester votre fonction.

Q4 Écrire une fonction `derive` prenant en argument une liste L correspondant à un polynôme P et renvoyant la liste correspondant au polynôme P' .

Q5 En utilisant les fonctions précédentes, écrire une fonction `racine2` prenant en arguments un nombre réel x et une liste L correspondant à un polynôme P , et renvoyant `True` si x est racine multiple de P , et `False` sinon. Tester votre fonction.

Exercice 3 Nombres de Catalan

Les nombres de Catalan C_n sont définis par $C_0 = 1$ et : $\forall n \in \mathbb{N}^*, C_n = \sum_{k=0}^{n-1} C_k C_{n-1-k}$.

Q1 (*Sans ordinateur.*) Calculer à la main C_1, C_2, C_3 et C_4 .

Q2 Écrire une fonction `next_cat` prenant en argument une liste L de longueur n qu'on supposera contenir les nombres de Catalan $C_0, C_1, \dots, C_{n-1}$ et renvoyant le prochain nombre C_n . Vérifier votre fonction en calculant `next_cat([C0, C1, C2, C3])`.

Q3 Écrire une fonction `cat` prenant en argument $n \in \mathbb{N}$ et renvoyant la liste $[C_0, C_1, \dots, C_n]$. Testez votre fonction.