BCPST 1B **Interro 20 (sujet A) : /10 pts** **2024-2025**

NOM :
PRENOM :

Compléter selon le schéma proposé pour f_1 :

1. Les primitives de $f_1 : x \longmapsto xe^{-x^2}$ sur $\mathbb{R}$ sont les

$$F_1 : x \longmapsto -\frac{1}{2}e^{-x^2} + c \quad \text{avec } c \in \mathbb{R}$$

car en effet :

si on note	on reconnaît que	donc on intègre en
$u(x) = -x^2$	$f_1(x) = -\frac{1}{2}u'(x)e^{u(x)}$	$F_1(x) = -\frac{1}{2}e^{u(x)} + c$

Vérification : $F_1'(x) = -\frac{1}{2} \times (-2x)e^{-x^2} = xe^{-x^2} = f_1(x)$

2. (/2 pts) Les primitives de $f_2 : x \longmapsto \cos(x)\sin^2(x)$ sur $\mathbb{R}$ sont les

$$F_2 : x \mapsto \frac{1}{3}\sin^3(x) + c \quad \text{avec } c \in \mathbb{R}$$

car en effet :

si on note	on reconnaît que	donc on intègre en
$u(x) = \sin(x)$ (donc $u'(x) = \cos(x)$)	$f_2(x) = u'(x)u^2(x)$	$F_2(x) = \frac{1}{3}u^3(x) + c$

Vérification : $F_2'(x) = \frac{1}{3} \times 3\sin'(x)\sin^2(x) = \cos(x)\sin^2(x) = f_2(x)$

3. (/2 pts) Les primitives de $f_3 : x \longmapsto \dfrac{e^{3x}}{e^{3x}+1}$ sur $\mathbb{R}$ sont les

$$F_3 : x \mapsto \frac{1}{3}\ln(e^{3x}+1) + c \quad \text{avec } c \in \mathbb{R}$$

car en effet :

si on note	on reconnaît que	donc on intègre en
$u(x) = e^{3x}+1$ (donc $u'(x) = 3e^{3x}$)	$f_3(x) = \frac{1}{3}\frac{u'(x)}{u(x)}$	$F_3(x) = \frac{1}{3}\ln(\lvert u(x)\rvert) + c$

Vérification : $F_3'(x) = \frac{1}{3} \times \frac{3e^{3x}}{e^{3x}+1} = f_3(x)$

4. (/2 pts) Les primitives de $f_4 : x \longmapsto \dfrac{\cos(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}$ sur $\mathbb{R}_*^+$ sont les

$$F_4 : x \mapsto 2\sin(\sqrt{x}) + c \quad \text{avec } c \in \mathbb{R}$$

car en effet :

si on note	on reconnaît que	donc on intègre en
$u(x) = \sqrt{x}$ $\left(\text{donc } u'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}\right)$	$f_4(x) = 2u'(x)\cos(u(x))$	$F_4(x) = 2\sin(u(x)) + c$

Vérification : $F_4'(x) = 2 \times \dfrac{1}{2\sqrt{x}} \sin'(\sqrt{x}) = \dfrac{1}{\sqrt{x}} \cos(\sqrt{x}) = f_4(x)$

5. (/2 pts) Les primitives de $f_5 : x \longmapsto \dfrac{e^{-1/x}}{x^2}$ sur $\mathbb{R}_*^+$ sont les

$$F_5 : x \mapsto e^{-1/x} + c \quad \text{avec } c \in \mathbb{R}$$

car en effet :

si on note	on reconnaît que	donc on intègre en
$u(x) = -\dfrac{1}{x}$ $\left(\text{donc } u'(x) = \dfrac{1}{x^2}\right)$	$f_5(x) = u'(x) e^{u(x)}$	$F_5(x) = e^{u(x)} + c$

Vérification : $F_5'(x) = \dfrac{1}{x^2} e^{-1/x} = f_5(x)$

6. (/2 pts) Les primitives de $f_6 : x \longmapsto \dfrac{x^2}{\sqrt{x^3+1}}$ sur $\mathbb{R}^+$ sont les

$$F_6 : x \mapsto \frac{2}{3}\sqrt{x^3+1} + c \quad \text{avec } c \in \mathbb{R}$$

car en effet :

si on note	on reconnaît que	donc on intègre en
$u(x) = x^3 + 1$ $(\text{donc } u'(x) = 3x^2)$	$f_6(x) = \dfrac{1}{3} \dfrac{u'(x)}{\sqrt{u(x)}}$	$F_6(x) = \dfrac{2}{3}\sqrt{u(x)} + c$

Vérification : $F_6'(x) = \dfrac{2}{3} \times 3x^2 \times \dfrac{1}{2\sqrt{x^3+1}} = \dfrac{x^2}{\sqrt{x^3+1}} = f_6(x)$.

NOM :
PRENOM :

Compléter selon le schéma proposé pour f_1 :

1. Les primitives de $f_1 : x \longmapsto xe^{-x^2}$ sur $\mathbb{R}$ sont les

$$F_1 : x \longmapsto -\frac{1}{2}e^{-x^2} + c \quad \text{avec } c \in \mathbb{R}$$

car en effet :

si on note	on reconnaît que	donc on intègre en
$u(x) = -x^2$	$f_1(x) = -\frac{1}{2}u'(x)e^{u(x)}$	$F_1(x) = -\frac{1}{2}e^{u(x)} + c$

Vérification : $F_1'(x) = -\frac{1}{2} \times (-2x)e^{-x^2} = xe^{-x^2} = f_1(x)$

2. (/2 pts) Les primitives de $f_2 : x \longmapsto \sin(x)\cos^2(x)$ sur $\mathbb{R}$ sont les

$$F_2 : x \longmapsto -\frac{1}{3}\cos^3(x) + c \quad \text{avec } c \in \mathbb{R}$$

car en effet :

si on note	on reconnaît que	donc on intègre en
$u(x) = \cos(x)$ (donc $u'(x) = -\sin(x)$)	$f_2(x) = -u'(x)u^2(x)$	$F_2(x) = -\frac{1}{3}u^3(x) + c$

Vérification : $F_2'(x) = -\frac{1}{3} \times 3\cos'(x)\cos^2(x) = \sin(x)\cos^2(x) = f_2(x)$

3. (/2 pts) Les primitives de $f_3 : x \longmapsto \dfrac{e^{2x}}{e^{2x}+1}$ sur $\mathbb{R}$ sont les

$$F_3 : x \longmapsto \frac{1}{2}\ln(e^{2x}+1) + c \quad \text{avec } c \in \mathbb{R}$$

car en effet :

si on note	on reconnaît que	donc on intègre en
$u(x) = e^{2x}+1$ (donc $u'(x) = 2e^{2x}$)	$f_3(x) = \frac{1}{2}\frac{u'(x)}{u(x)}$	$F_3(x) = \frac{1}{2}\ln(\lvert u(x)\rvert) + c$

Vérification : $F_3'(x) = \frac{1}{2} \times \dfrac{2e^{2x}}{e^{2x}+1} = \dfrac{e^{2x}}{e^{2x}+1} = f_3(x)$

4. (/2 pts) Les primitives de $f_4 : x \longmapsto \dfrac{\sin(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}$ sur $\mathbb{R}_*^+$ sont les

$$F_4 : x \mapsto -2\cos(\sqrt{x}) + c \quad \text{avec } c \in \mathbb{R}$$

car en effet :

si on note	on reconnaît que	donc on intègre en
$u(x) = \sqrt{x}$ (donc $u'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$)	$f_4(x) = 2u'(x)\sin(u(x))$	$F_4(x) = -2\cos(u(x)) + c$

Vérification : $F_4'(x) = -2 \times \dfrac{1}{2\sqrt{x}} \cos'(\sqrt{x}) = \dfrac{1}{\sqrt{x}}\sin(\sqrt{x}) = f_4(x)$

5. (/2 pts) Les primitives de $f_5 : x \longmapsto \dfrac{e^{-1/x}}{x^2}$ sur $\mathbb{R}_*^+$ sont les

$$F_5 : x \mapsto e^{-\frac{1}{x}} + c \quad \text{avec } c \in \mathbb{R}$$

car en effet :

si on note	on reconnaît que	donc on intègre en
$u(x) = -\dfrac{1}{x}$ (donc $u'(x) = \dfrac{1}{x^2}$)	$f_5(x) = u'(x)e^{u(x)}$	$F_5(x) = e^{u(x)} + c$

Vérification : $F_5'(x) = \dfrac{1}{x^2}e^{-1/x} = f_5(x)$

6. (/2 pts) Les primitives de $f_6 : x \longmapsto \dfrac{x^2}{(x^3+1)^2}$ sur $\mathbb{R}^+$ sont les

$$F_6 : x \mapsto -\frac{1}{3(x^3+1)} + c \quad \text{avec } c \in \mathbb{R}$$

car en effet :

si on note	on reconnaît que	donc on intègre en
$u(x) = x^3 + 1$ (donc $u'(x) = 3x^2$)	$f_6(x) = \dfrac{1}{3}\dfrac{u'(x)}{u(x)^2}$	$F_6(x) = \dfrac{1}{3} \times \left(-\dfrac{1}{u(x)}\right) + c$

Vérification :