

Exercice 1

Pour commencer, calculer les intégrales suivantes :

$$1. \int_0^1 \frac{1}{t+4} dt$$

$$2. \int_2^3 \frac{1}{t^2} dt$$

$$3. \int_0^1 \frac{1}{t^2+1} dt$$

Exercice 2

Un exercice classique consiste à déterminer une intégrale du type $\int_a^b \frac{1}{P(x)} dx$ où P est un polynôme. Pour cela, il s'agit de réussir à écrire la quantité $\frac{1}{P(x)}$ sous une forme plus simple¹.

Dans cet exercice, on veut calculer l'intégrale $I = \int_2^3 \frac{8}{x^2+2x-3} dx$.

1. Quelles sont les racines α et β du polynôme $P(X) = X^2 + 2X - 3$?
2. Déterminer deux constantes $a, b \in \mathbb{R}$ telles que :

$$\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{\alpha, \beta\}, \frac{8}{x^2+2x-3} = \frac{a}{x-\alpha} + \frac{b}{x-\beta}$$

3. En déduire la valeur de I .

Exercice 3

1. (a) Déterminer $a, b \in \mathbb{R}$ tels que :

$$\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-3, 2\}, \frac{1}{x^2+x-6} = \frac{a}{x-2} + \frac{b}{x+3}.$$

$$(b) \text{ En déduire } \int_0^1 \frac{1}{x^2+x-6} dx.$$

2. (a) Déterminer $a, b \in \mathbb{R}$ tels que :

$$\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}, \frac{2x + \frac{1}{2}}{(x-1)^2(2x^2+3)} = \frac{a}{(x-1)^2} + \frac{b}{2x^2+3}.$$

$$(b) \text{ En déduire } \int_{\sqrt{3/2}}^{3/\sqrt{2}} \frac{2x + \frac{1}{2}}{(x-1)^2(2x^2+3)} dx.$$

Exercice 4

Déterminer les primitives de $t \mapsto \frac{1}{t^2+a}$ en fonction de la valeur de $a \in \mathbb{R}$.

1. On parle de *décomposition en éléments simples*.