

Interro 23 : Corrigé

Sujet A

1) $x^5 \xrightarrow{x \rightarrow -\infty} -\infty$ et $\frac{1}{x} \xrightarrow{x \rightarrow -\infty} 0$ donc $x^5 - \frac{1}{x} \xrightarrow{x \rightarrow -\infty} -\infty$

2) $\frac{x^3 - \sqrt{x}}{x^2 - x} = \frac{\sqrt{x}(x^2\sqrt{x} - 1)}{x(x-1)} = \frac{1}{\sqrt{x}} \times \frac{x^2\sqrt{x} - 1}{x-1} \xrightarrow{x \rightarrow 0^+} +\infty$ car $\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{\sqrt{x}} \xrightarrow{x \rightarrow 0^+} +\infty \\ \text{et } \frac{x^2\sqrt{x} - 1}{x-1} \xrightarrow{x \rightarrow 0^+} \frac{-1}{-1} = 1 \end{array} \right.$

3) $2x+1 \xrightarrow{x \rightarrow 3^-} 7$ et $2x-6 \xrightarrow{x \rightarrow 3^-} 0^-$ car si $x < 3$ alors $2x-6 < 0$

Ainsi $\frac{2x+1}{2x-6} \xrightarrow{x \rightarrow 3^-} -\infty$

4) $e^{-x} \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} 0$ donc $\sin(e^{-x}) \sim e^{-x}$ donc $x \sin(e^{-x}) \sim x e^{-x} \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} 0$ par courbes comparées

Ainsi $x \sin(e^{-x}) \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} 0$.

5) $\ln(x) \xrightarrow{x \rightarrow 0^+} -\infty$ et $\sqrt{x} \xrightarrow{x \rightarrow 0^+} 0^+$ donc $\frac{\ln(x)}{\sqrt{x}} \xrightarrow{x \rightarrow 0^+} -\infty$

6) $x^{\ln(x)} = \exp(\ln(x) \ln(x)) = \exp((\ln(x))^2)$. Or $\ln(x)^2 \xrightarrow{x \rightarrow 0^+} +\infty$ et $e^y \xrightarrow{y \rightarrow +\infty} +\infty$
donc $x^{\ln(x)} \xrightarrow{x \rightarrow 0^+} +\infty$

Sujet B

1) $\frac{1}{x} \xrightarrow{x \rightarrow -\infty} 0$ et $x^3 \xrightarrow{x \rightarrow -\infty} -\infty$ donc $\frac{1}{x} - x^3 \xrightarrow{x \rightarrow -\infty} +\infty$

2) $\frac{x^3 - x}{x^2 - \sqrt{x}} = \frac{x(x^2 - 1)}{\sqrt{x}(x\sqrt{x} - 1)} = \sqrt{x} \times \frac{x^2 - 1}{x\sqrt{x} - 1} \xrightarrow{x \rightarrow 0^+} 0$ car $\sqrt{x} \xrightarrow{x \rightarrow 0^+} 0$ et $\frac{x^2 - 1}{x\sqrt{x} - 1} \xrightarrow{x \rightarrow 0^+} \frac{-1}{-1} = 1$

3) $3x+1 \xrightarrow{x \rightarrow 2^-} 7$ et $2x-4 \xrightarrow{x \rightarrow 2^-} 0^-$ car si $x < 2$ alors $2x-4 < 0$. Donc $\frac{3x+1}{2x-4} \xrightarrow{x \rightarrow 2^-} -\infty$

4) $e^{-x} \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} 0$ donc $\ln(1+e^{-x}) \sim e^{-x}$ donc $x \ln(1+e^{-x}) \sim x e^{-x} \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} 0$ par courbes comparées donc $x \ln(1+e^{-x}) \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} 0$.

5) $\sqrt{x} \xrightarrow{x \rightarrow 0^+} 0$ et $\ln(x) \xrightarrow{x \rightarrow 0^+} -\infty$ donc $\frac{\sqrt{x}}{\ln(x)} \xrightarrow{x \rightarrow 0^+} 0$.

6) $x^{\ln(x)} = \exp(\ln(x) \ln(x)) = \exp((\ln(x))^2)$. Or $\ln(x)^2 \xrightarrow{x \rightarrow 0^+} +\infty$

et $e^y \xrightarrow{y \rightarrow +\infty} +\infty$ donc $x^{\ln(x)} \xrightarrow{x \rightarrow 0^+} +\infty$.