

## Remarques DS 7

Dans ce DS court, les erreurs dans la lecture de l'énoncé ont été très pénalisantes. Si certains points sont bien réussis, on peut regretter que de nombreuses remarques données depuis septembre dernier ne soient toujours pas appliquées. Pour n'en citer qu'une, notez que la confusion entre  $f$  et  $f(x)$  sera particulièrement pénalisée au prochain devoir.

### Remarques et abréviations :

- **[STD]** : Peu de copies ont correctement justifié le caractère strictement décroissant de  $f_n$  sur  $[0, 1]$  dans l'exercice 3. Pour cela, il faut commencer par accepter de prêter attention à la distinction entre  $\leq$  et  $<$ . De nombreuses copies écrivent, sans sourciller,  $x^{n-1} < 1$  car  $0 \leq x \leq 1$ ... Comme expliqué dans le corrigé, on a en fait  $f'_n < 0$  sur  $[0, 1]$  *sauf en un nombre fini de points*, en l'occurrence sauf en 1 ; cela suffit à justifier que  $f_n$  est strictement décroissante sur  $[0, 1]$ .
- **[I22]** : Dans la définition d'un système complet d'évènements, comme dans la propriété donnant  $\mathbb{P}\left(\bigcup_{k=1}^n A_k\right) = \sum_{k=1}^n \mathbb{P}(A_k)$ , les  $A_k$  sont supposés disjoints *deux à deux*. Cela signifie qu'il faut vérifier que toutes les intersections possibles entre 2 évènements donnent l'ensemble vide. Ainsi, pour justifier, par exemple, que trois évènements  $A, B$  et  $C$  forment un système complet d'évènements, il faut bien vérifier que  $A \cap B = A \cap C = B \cap C = \emptyset$ , et non seulement que  $A \cap B \cap C = \emptyset$ .
- Comme on l'a vu, en probabilités, un évènement – qu'on décrirait en français par du texte entre guillemets – est modélisé par un *ensemble* – qu'on décrit en mathématiques en utilisant le symbole accolades. Cependant guillemets et accolades ne sont pas interchangeables. Par exemple, pour l'univers  $\Omega$  de l'expérience de l'exercice 4, les écritures de gauche ci-dessous sont incorrectes et celles de droite sont correctes :

- |   |  |   |
|---|--|---|
| • $\Omega = \text{“les tirages”}$           |  | • $\Omega = \{\text{tirages}\}$           |
| • $\Omega = \{\text{on pioche 7 lettres}\}$ |  | • $\Omega = \text{“on pioche 7 lettres”}$ |

Sans rentrer dans des explications linguistiques techniques<sup>1</sup>, on peut retenir qu'on mettra entre accolades des *objets* correspondant aux issues de l'expérience, et entre guillemets des *assertions* décrivant les issues de l'expérience. Par exemple, les deux descriptions suivantes de l'ensemble dont on cherchait la probabilité dans la question b) sont correctes :

$A = \{\text{tirages contenant au moins une voyelle}\}$  ou  $A = \text{“on tire au moins une voyelle”}$

Notez enfin que le symbole  $\{\}$  signifiant déjà “ensemble”, il est incorrect d'écrire par exemple  $\{\text{ensemble des tirages}\}$ .

- Trop de copies encadrent un résultat sans l'avoir au préalable simplifié. Il est curieux que les copies ayant réussi à écrire que  $\ln(\sqrt{e}) = \ln(e^{1/2})$  ne simplifient pas cela en  $1/2$ .
- La question 2.a de l'exercice 1 a très souvent été mal comprise. Il s'agissait de justifier que la fonction  $f$  donnée était continue sur  $[0, e]$  en utilisant le théorème du cours énonçant le caractère continue d'une composée de fonctions continues. Beaucoup de copies se sont lancées, sans grand succès et en perdant du temps sur une épreuve si courte, dans la recherche de l'ensemble de définition de  $f$  : l'énoncé ne demandait pas cela.

---

1. qui me dépasseraient d'ailleurs !

- Trop peu de copies font le lien, dans l'exercice 3 entre le caractère bijectif de  $f_n$  et l'existence d'une unique solution à l'équation  $f_n(x) = 0$ . Notez que cela n'a rien d'automatique et qu'il faut pour cela donner l'argument supplémentaire que  $0 \in \text{Im}(f_n)$ . En effet, on s'appuie ici sur le résultat suivant :

Si  $f : E \longrightarrow F$  est une bijection alors  
pour tout  $y \in F$  l'équation  $f(x) = y$  admet une unique solution  $x \in E$ .

Ici, après avoir utilisé le théorème de la bijection pour justifier que  $f_n : [0, 1] \longrightarrow [2 - n, 1]$  est une bijection, il reste donc encore à mentionner que  $0 \in [2 - n, 1]$  pour conclure que l'équation  $f_n(x) = 0$  admet une unique solution  $x = u_n = f_n^{-1}(0) \in [0, 1]$ .

### Abréviations usuelles :

- Deux petits traits en dessous d'un mot signalent une faute d'orthographe.
- LL : quel lien logique y a-t-il ici ? Cette abréviation apparaît souvent lorsque vous placez deux équations l'une en dessous de l'autre en oubliant le symbole  $\iff$ . Mais il peut aussi s'agir d'un autre lien logique manquant ou inapproprié.
- PEQ : pourquoi raisonnez-vous par équivalences ici ? Souvent seul une implication est nécessaire et on attendait alors une phrase en Français ponctuée de "donc".
- NJ : une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.
- PH : faites une phrase en Français.
- ONA : pour résoudre une équation, il ne faut pas nécessairement écrire "on a l'équation". En particulier, si la question est "résoudre sur  $\mathbb{C} : z^2 + z + 1 = 0$ ", il est très incorrect de lire " $\forall z \in \mathbb{C}, z^2 + z + 1 = 0$  donc le discriminant de  $X^2 + X + 1$  est ...".
- MJTXT : merci j'ai le texte. Inutile de recopier l'énoncé.
- Q + nom de variable : qui est cette variable ? Cette abréviation apparaît notamment lorsque vous écrivez une phrase mathématique dépendant d'une variable sans avoir précisé auparavant à quel ensemble elle appartient et/ou quel quantificateur l'accompagne.
- ABR : cette abréviation signale que vous ne devez pas utiliser d'abréviations. En particulier, les abréviations "proba" ou "s.c.e" ne sont pas acceptées.