Programme de colles : semaine 27a, du 26/5 au 30/5

Les nouveautés par rapport à la semaine précédente sont en bleu.
Conformément au colloscope, sur ces 2 semaines, seules auront lieu les colles des lundi 26/5, mardi 27/5, jeudi 5/6 et vendredi 6/6.

1 Informatique en langage Python

Exemples d'algorithmes permettant de trouver une approximation de la solution d'une équation du type $f(x) = 0$: algorithme de la dichotomie, méthode de Newton.
Ces algorithmes ne doivent pas être connus par cœur, mais pourront faire l'objet d'exercices où ils sont rappelés ou rappelés partiellement.

2 Applications linéaires

Reprise du programme précédent.

3 Dérivabilité

Attention : *les théorèmes de Rolle et des accroissements finis n'ont pas encore été vus en classe.*

- dérivée d'une fonction :
  - définition et interprétation graphique comme coefficient directeur de la tangente. L'équation de la tangente à f en x_0 est $y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$.
  - dérivée à droite/à gauche. f est dérivable en x_0 ssi f est dérivable à droite et à gauche en x_0 et que $f'_d(x_0) = f'_g(x_0)$.
  - dérivable implique continue
- calculs de dérivées :
  - justification de la dérivabilité d'une fonction en tant que produit, somme, quotient, composée
  - dérivée de la bijection réciproque : si f est bijective et si $f(x_0) = y_0$ alors f^{-1} est dérivable en y_0 ssi $f'(x_0) \neq 0$ et alors $(f^{-1})'(y_0) = \dfrac{1}{f'(f^{-1}(y_0))}$.
  - révision du théorème de la bijection
- dérivées d'ordre supérieur, régularité :
  - notion de dérivée n-ème. Exemple du calcul des dérivées n-ème de fonctions puissances
  - notion de classe de régularité : f est dite de classe $\mathcal{C}^n$ sur I lorsqu'elle y est n fois dérivable et que $f^{(n)}$ y est continue. Régularité $\mathcal{C}^\infty$
  - exemple de fonction dérivable non $\mathcal{C}^1$: $x \longmapsto x^2 \sin(1/x)$
  - Exemples d'études de régularité en un point de "recollement"

4 Questions de cours

Les premières minutes de la colle porteront sur une ou plusieurs des questions suivantes :

1. Soient E, F et G des $\mathbb{K}$-espaces vectoriels et soit $f \in \mathcal{L}(E, F)$ et $g \in \mathcal{L}(F, G)$. Laquelle des composées $g \circ f$ et $f \circ g$ existe ? Préciser son ensemble de départ et d'arrivée, puis montrer que c'est une application linéaire.
2. Soient E et F des $\mathbb{K}$-espaces vectoriels et soit $f \in \mathcal{L}(E, F)$. Donner la définition de $Ker(f)$ et démontrer que c'est un sous-espace vectoriel de E.
3. Soient E et F des $\mathbb{K}$-espaces vectoriels et soit $f \in \mathcal{L}(E, F)$. Donner la définition de $Ker(f)$ puis donner une condition nécessaire et suffisante sur $Ker(f)$ pour que f soit injective.
4. Donner la définition du rang d'une application linéaire puis énoncer le théorème du rang.
5. Soient $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ et $x_0 \in \mathbb{R}$. Rappeler les définitions de "f est continue en x_0" et de "f est dérivable en x_0". Quelle notion implique l'autre ?
6. Si $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ est dérivable en x_0, donner l'équation de la tangente en x_0 au graphe de f. Appliquez cette formule dans le cas d'une fonction f choisie par l'examinateur.
7. Soit $f : I \longrightarrow J$ une bijection dérivable sur I. Énoncer le théorème donnant à quelle condition f^{-1} est dérivable en $y \in J$ et donner la formule exprimant $(f^{-1})'(y)$.
8. Soit I un intervalle de $\mathbb{R}$ et soit $f : I \longrightarrow \mathbb{R}$. Donner la définition de "f est de classe $\mathcal{C}^1$ sur I".
9. Déterminer la dérivée n-ème de $f : x \longmapsto e^{2x}$.

La question de cours est notée sur 10 points, le reste des exercices sur 10 autres points.