

1) a) X compte le nb de B.R. lors de n ques^s posées de manière indépendante.
 La proba de répondre juste à 1 ques^s est $\frac{1}{4}$. Donc $X \sim B(n, \frac{1}{4})$
 cours: $E(X) = \frac{n}{4}$.

b) $S = 3X + (-1)(n-X) = 4X - n$. Donc le score moyen est
 $E(S) = 4E(X) - n = 0$

$\begin{matrix} \nearrow & \nwarrow & \nearrow & \nwarrow \\ \text{pts pour} & \text{nb de} & \text{pts pour} & \text{nb de} \\ \text{1. B.R.} & \text{B.R.} & \text{1. R.R.} & \text{R.R.} \end{matrix}$

c) $\tilde{X} = n - X$

• $X(\Omega) = [0, n]$ donc $\tilde{X}(\Omega) = \{n-k, k \in X(\Omega)\} = \{n-k, k \in [0, n]\} = [0, n]$.

et pour $k \in [0, n]$,

$$(\tilde{X} = k) = (n - X = k) = (X = n - k)$$

$$\begin{aligned} \text{donc } P(\tilde{X} = k) &= P(X = n - k) = \binom{n}{n-k} \left(\frac{1}{4}\right)^{n-k} \left(\frac{3}{4}\right)^k \\ &= \binom{n}{k} \left(\frac{3}{4}\right)^k \left(\frac{1}{4}\right)^{n-k} \end{aligned}$$

Ainsi $\tilde{X} \sim B(n, \frac{3}{4})$

rqe : Bah oui! $\tilde{X}$ compte le nb de mauv réponses à n ques^s indépendants et la proba d'1 mauvaise réponse est $\frac{3}{4}$.

2) a) De $\hat{m} \quad Y \sim B(n, p')$ où p' est la proba de donner 1 b.r. à 1^{er} qui donne.
 Reste à déterminer p' : notons $C = \text{"il annonce la B.R."}$
 $B = \text{"il donne la B.R."}$

Dans le sce $(C, \bar{C})$ on a

$$p' = P(B) = \underset{C}{P(B) \times P(C)} + \underset{\bar{C}}{P(B) \times P(\bar{C})}$$

$$= 1 \times p + \frac{1}{4} \times (1-p) = \frac{3p+1}{4}$$

b) $E(T) = E(4Y - n) = 4 E(Y) - n = 4np' - n$

$$= 4n \times \frac{3p+1}{4} - n = 3pn$$

nb: $3pn \xrightarrow{p \rightarrow 1} 3n$: il y a tout juste

$3pn \xrightarrow{p \rightarrow 0} 0$: il a le $\hat{m}$ score que celui qui répond au hasard