Programme de colles : semaine 30, du 23/6 au 27/6

Les nouveautés par rapport à la semaine précédente sont en bleu.

1 Informatique en langage Python

Révisions du programme de l'année.

2 Intégration

- On rappelle que des calculs de primitives et d'intégrales (sans IPP ni changement de variables) ont été faits au cours de l'année en remédiation : voir feuilles de remédiation 9, 10 et 11.
- par définition, on pose $\int_a^b f(t)\,dt = [F(t)]_a^b = F(b) - F(a)$ où F est une primitive de f sur $[a, b]$
- règles de calculs pour les intégrales : linéarité, Chasles, $\int_a^a f = 0$, $\int_b^a f = -\int_a^b f$ et si f est de classe $\mathcal{C}^1$, $\int_a^b f'(t)\,dt = f(b) - f(a)$
- positivité et croissance de l'intégrale, application à des études de suites définies par une intégrale (sens de variation, limite par encadrement)
- inégalité triangulaire : $\left|\int_a^b f(t)\,dt\right| \leq \int_a^b |f(t)|\,dt$
- si f est continue et positive sur $[a, b]$ et si $\int_a^b f(t)\,dt = 0$ alors $f = 0$ sur $[a, b]$
- la fonction $F_a : x \longmapsto \int_a^x f(t)\,dt$ est la primitive de f qui s'annule en a
- dérivation d'expressions du type $\phi : x \longmapsto \int_{u(x)}^{v(x)} f(t)\,dt$ où f est continue sur $[a, b]$ et u et v sont deux fonctions $\mathcal{C}^1$ à valeurs dans $[a, b]$. *La formule ne doit pas être apprise par cœur mais redémontrée dans les exercices.*
- interprétation de l'intégrale comme aire sous la courbe
- somme de Riemann d'une fonction continue. On note $R_{n,g}(f) = \frac{b-a}{n} \sum_{k=0}^{n-1} f(\frac{k}{n})$ et $R_{n,d}(f) = \frac{b-a}{n} \sum_{k=1}^{n} f(\frac{k}{n})$.
Si $f \in \mathcal{C}^0([a, b])$ alors $\lim_{n\to+\infty} R_{n,g}(f) = \lim_{n\to+\infty} R_{n,g}(f) = \int_a^b f$. Application au calcul approché d'intégrale en Python.
- intégration par parties
- changement de variables. *Les élèves sont encouragés à présenter les changements de variables "à la physicienne".*
- si $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ est une fonction continue et paire (resp. impaire) alors $\int_{-a}^a f = 2\int_0^a f$ (resp. $\int_{-a}^a f = 0$).

3 Équations différentielles linéaires

Attention, seul le cas des équations du premier ordre est au programme cette semaine.

- théorème de structure de l'ensemble des solutions (solution particulière + solutions de l'équation homogène)
- théorème donnant les solutions de l'équation homogène
- méthode de variation de la constante
- cas particuliers des coefficients constants, et recherche d'une solution particulière “de la même forme” que le second membre. *Dans cette situation, on indiquera le plus souvent aux élèves sous quelle forme chercher une solution particulière.*
- problème de Cauchy

4 Questions de cours

Les premières minutes de la colle porteront sur une ou plusieurs des questions suivantes :

1. Énoncer et démontrer le résultat appelé : “positivité de l'intégrale”.
2. Donner la définition des sommes de Riemann d'une fonction f définie sur $[0, 1]$. Que peut-on dire de ces sommes ?
3. Énoncer le théorème d'intégrations par parties.
4. Déterminer les primitives de ln sur $\mathbb{R}_*^+$ grâce à une intégrations par parties.
5. Résoudre une équation différentielle linéaire du premier ordre avec coefficients constants. Exemple : $y' + 2y = 3$.

La question de cours est notée sur 10 points, le reste des exercices sur 10 autres points.