1 Test de positionnement

Cherchez les questions suivantes au brouillon puis notez votre réponse directement sur la feuille. Notez la bonne réponse d'une autre couleur et calculez votre score. Chaque question vaut 1 point.

Questions	Note
1) Simplifier $\frac{1}{3} + \frac{2}{5}$	
2) Simplifier $\frac{2}{\frac{3}{4}}$	
3) Simplifier $\frac{\frac{2}{3}}{4}$	
4) Simplifier $\frac{1}{240} + \frac{1}{360}$	
5) Écrire sous la forme d'un quotient : $3 - \frac{x-1}{2-x}$	
6) Simplifier $\frac{1}{x^3y} + \frac{1}{xy^2}$	
7) Développer $(x - \frac{1}{x})^2$	
8) Développer $(-2x + y)(3y - x)$	
9) Développer $(x - y)^3$	
10) Simplifier $\frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{x-1}}{\frac{1}{x} + \frac{1}{x-1}}$	
Total	

2 Exercices accompagnés

Exercice 1

Calculer

$$1. \frac{3}{12} + \frac{5}{12} \quad ; \quad \frac{2}{3} + \frac{5}{6} \quad ; \quad \frac{1}{\frac{5}{3}} + \frac{1}{\frac{4}{6}}$$

$$2. \frac{\frac{2}{3}}{8} \quad ; \quad \frac{2}{\frac{4}{3}} \quad ; \quad \frac{7}{\frac{5}{7}}$$

$$3. \frac{4 \times 6 \times 9}{5 \times 8 \times 3}$$

$$4. 5 \times \frac{2+3}{20}$$

$$5. \frac{3 \times 4 + 3 \times 7}{24}$$

Exercice 2

Si x et y désignent des nombres réels, écrire les expressions suivantes sous la forme d'un quotient le plus simple possible (on n'étudiera pas les conditions d'existence de ces quantités) :

$$1. \frac{1}{240} + \frac{1}{360}$$

$$2. \frac{1}{2^3 \times 3^2 \times 5^2} + \frac{1}{2^4 \times 3 \times 5^3}$$

$$3. \frac{1}{x^2 y^2} + \frac{1}{x y^3}$$

$$4. \frac{x + y^3}{x y^4} - \frac{x - y}{x^2 y}$$

Exercice 3

Si x et y désignent des nombres réels, écrire les expressions suivantes sous la forme d'un quotient le plus simple possible (on n'étudiera pas les conditions d'existence de ces quantités) :

$$1. 2 + \frac{2+x}{3-x}$$

$$2. 3 - \frac{2-x}{1+x}$$

$$3. \frac{x}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}$$

$$4. \frac{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}}$$

$$5. \frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{x-1}}{\frac{1}{x} + \frac{1}{x-1}}$$

Exercice 4

Simplifier les expressions suivantes où a, b sont des nombres réels appropriés :

$$1. \frac{(a^2 b)^3 (a^{-1} b)^{-2}}{a^3 b^{-2}}$$

$$2. \frac{(2ab)^{-2} (a^{-1} b)^2}{(2a)^{-3} b^2}$$

$$3. \left(\frac{a^3}{b^2}\right)^3 \times \left(\frac{b^3}{a^2}\right)^{-2}$$

$$4. \frac{(a\sqrt{a})^3}{a} \times \frac{1}{a^2 \sqrt{a}}$$

Exercice 5

Développer et réduire les expressions suivantes où x et y sont des nombres réels appropriés :

$$1. (x + 2y)^2$$

$$2. (2x - y)^2$$

$$3. \left(x - \frac{1}{x}\right)^2$$

$$4. (-2x + 3y)(-y + x)$$

$$5. (x + y)\left(x^2 + \frac{1}{xy} + xy\right)$$

$$6. (x - y - z)(x + y - z)$$

$$7. (x + y + z)^2$$

Exercice 6

Si x désigne un nombre réel, écrire les expressions suivantes sous la forme d'un quotient le plus simple possible (on n'étudiera pas les conditions d'existence de ces quantités) :

$$1. \frac{\frac{3}{5} - \frac{2}{4}}{\frac{4}{4} - \frac{5}{5}}$$

$$2. (x - 1) \times \frac{x - 2}{x^2 - 1}$$

$$3. x - \frac{1 - x}{x + 2}$$

$$4. \frac{x - 2}{x + 1} - \frac{x + 1}{x - 2}$$

$$5. \frac{x}{x - 1} - \frac{2}{x + 1} + \frac{x}{x^2 - 1}$$

$$6. \frac{1}{x - \frac{1}{3 + \frac{x-2}{5-x}}}$$

3 Exercices en autonomie

Exercice 7

Si x , y , a et b désignent des nombres réels, écrire les expressions suivantes sous la forme d'un quotient le plus simple possible (on n'étudiera pas les conditions d'existence de ces quantités) :

1. $\frac{\frac{2}{3}}{8}$; $\frac{2}{\frac{4}{3}}$; $\frac{\frac{7}{5}}{\frac{7}{3}}$	6. $\frac{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}}$	9. $\frac{1}{\frac{1}{x} - \frac{2+x}{1 + \frac{1}{x}}}$
2. $\frac{1}{240} + \frac{1}{360}$	7. $\frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{x-1}}{\frac{1}{x} + \frac{1}{x-1}}$	10. $\frac{(2ab)^{-2}(a^{-1}b)^2}{(2a)^{-3}b^2}$
3. $\frac{1}{2^3 \times 3^2 \times 5^2} + \frac{1}{2^4 \times 3 \times 5^3}$	8. $\frac{1}{1 - \frac{1}{2+x}}$	11. $\left(\frac{a^3}{b^2}\right)^3 \times \left(\frac{b^3}{a^2}\right)^{-2}$
4. $\frac{x+y^3}{xy^4} - \frac{x-y}{x^2y}$		12. $\frac{(a\sqrt{a})^3}{a} \times \frac{1}{a^2\sqrt{a}}$
5. $3 - \frac{2-x}{1+x}$		

Exercice 8

Développer et réduire les expressions suivantes où x et y sont des nombres réels appropriés :

1. $(x+2y)^2$; $(2x-y)^2$; $(x-\frac{1}{x})^2$	5. $(\frac{1}{2} + \sqrt{x})^2 - (x + \frac{1}{2\sqrt{x}})^2$
2. $(x+y)(x^2 + \frac{1}{xy} + xy)$	6. $\frac{xy}{\sqrt{\frac{x}{y}} - 1} \times \frac{x-y}{1 + \sqrt{\frac{x}{y}}}$
3. $(\sqrt{x} - y + \frac{\sqrt{x}}{2y})(\sqrt{xy} - 2 + \frac{1}{y})$	7. $(xy + \frac{1}{xy} + 1)^2$
4. $(2x - \frac{y}{2})^2$	

Exercice 9

Si a, b, c désignent des nombres réels non nuls, simplifiez les expressions suivantes :

1. $(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}) \times abc$	3. $(\frac{2}{a} + \frac{a}{2} + 2a)^2$
2. $a \times \frac{\frac{1}{a} + 1}{\frac{1}{a} + 2}$	4. $(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}) \times (\frac{1}{a} - \frac{1}{b})$

Exercice 10

Dans tout l'exercice, a et b sont deux réels tels que toutes les quantités considérées existent.

1. Développez et simplifiez :

$$(a-b)(a^2 + ab + b^2).$$

2. En déduire une simplification de

$$\frac{(a^3 - b^3)(a+b)}{a^2 - b^2}.$$

3. Selon la même stratégie, simplifiez

$$\frac{(a^5 - b^5)(a^2 + b^2)(a+b)}{a^4 - b^4}.$$