Exercice 1
Donner le plus rapidement possible (si ces quantités existent) :

1. $\sin(\frac{2\pi}{3})$
2. $\cos(\frac{-8\pi}{3})$
3. $\tan(\frac{-9\pi}{2})$
4. $\tan(\frac{-3\pi}{4})$
5. $\cos(31\pi)$
6. $\sin(-12\pi)$
7. $\arccos(1)$
8. $\arcsin(-\frac{1}{2})$
9. $\arctan(-1)$
10. $\arccos(\sqrt{3})$
11. $\arctan(\sqrt{3})$
12. $\arcsin(\frac{\sqrt{2}}{2})$

Exercice 2
Résoudre les équations suivantes sur $\mathbb{R}$ et préciser les solutions appartenant à $[0, 2\pi[$.

1. $\sin(x) = 1$
2. $2\cos(x) + \sqrt{2} = 0$
3. $\cos(3x) = -\frac{1}{2}$
4. $\cos(2x) = \cos(\pi - 2x)$

Exercice 3
Résoudre sur $\mathbb{R}$:

1. $\cos(3x) = \cos(x)$
2. $\cos(3x) = \sin(x)$
3. $\tan(3x) = \tan(x)$
4. $\cos^2(x) - \frac{3}{2}\cos(x) + \frac{1}{2} = 0$
5. $\sin^2(x) + 3\dfrac{\sqrt{2}}{2}\cos(x) = 2$
6. $\cos(2x) = -2\cos(x) - 1$
7. $2\sin(2x - \dfrac{\pi}{3}) = \sqrt{2}$

Exercice 4
Résoudre sur $\mathbb{R}$ et préciser les solutions appartenant à $[0, 2\pi[$.

1. $\sin(\frac{x}{\pi} + 1) = 0$
2. $\cos(x) = \frac{1}{4}$
3. $\cos(5x) = \cos(x + \dfrac{\pi}{3})$
4. $\sin(5x) = \cos(x)$
5. $\tan(x)^2 + 5\tan(x) = 0$
6. $\tan(x + \frac{\pi}{2}) = -\tan(x)$

Exercice 5
Le but de cet exercice est de déterminer la valeur de $\tan\left(\dfrac{\pi}{12}\right)$.

1. Montrer que $\tan(2x) = \dfrac{2\tan(x)}{1 - \tan^2(x)}$. Préciser pour quels réels x cette formule est valable.
2. En déduire que $\tan\left(\dfrac{\pi}{12}\right)$ est solution de l'équation $t^2 + 2\sqrt{3}t - 1 = 0$.
3. Conclure.

Exercice 6
On note $D_{\tan}$ le domaine de définition de la fonction tangente.

1. Rappeler à quoi est égal $D_{\tan}$.
2. Montrer que pour tous $x, y \in D_{\tan}$ tels que $x + y \in D_{\tan}$ on a :

$$\tan(x+y) = \frac{\tan(x) + \tan(y)}{1 - \tan(x)\tan(y)}$$

Exercice 7
Résoudre les équations et inéquations suivantes :

1. $\cos(5x) = 2$ sur $\mathbb{R}$
2. $\tan(5x) = 2$ sur $\mathbb{R}$
3. $1 - 2\sin(x) \leq 0$ sur $[0, 2\pi[$
4. $\cos(x) < \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ sur $[0, 2\pi[$
5. $\tan(x) > 1$ sur $\mathbb{R}$

Exercice 8
Résoudre les équations et inéquations suivantes :

1. $\sin^2(2x + \dfrac{\pi}{6}) = \cos^2(x + \dfrac{\pi}{3})$ sur $\mathbb{R}$
2. $3|\cos(x)| < 1$ sur $[0, 2\pi[$
3. $\sin^2(x) \leq \dfrac{3}{4}$ sur $[0, 2\pi[$
4. $2\sin^2(x) - 3\sin(x) + 1 < 0$ sur $[0, 2\pi[$

Exercice 9
Résoudre sur $[0, 2\pi[$ l'équation suivante :

$$\cos(x) + \sin(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

1. avec la méthode du cours,
2. en passant au carré.

Exercice 10
Montrer que pour tout $x \in [-1, 1]$, on a : $\cos(\arcsin(x)) = \sqrt{1 - x^2}$.

Exercice 11

1. Montrer que pour tout réel $t \in]-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}[$, on a : $1 + \tan^2(t) = \dfrac{1}{\cos^2(t)}$.
2. En déduire l'expression de $\cos(t)$ en fonction de $\tan(t)$ pour $t \in]-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}[$.
3. Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\cos(\arctan(x)) = \dfrac{1}{\sqrt{1 + x^2}}$.