Programme de colles : semaine 4, du 13/10 au 17/10

Les nouveautés par rapport à la semaine précédente sont en bleu.

1 Suites usuelles

- suites arithmétiques, géométriques, limites de telles suites. *La formule générale pour la somme des termes succesifs de telles suites (i.e. "de p à n") n'a pas été donnée.*
- suites arithmético-géométriques. *La méthode de détermination du terme général doit être connue.*
- exemples d'utilisation de suites auxiliaires pour se ramener à des suites usuelles
- suites récurrentes linéaires d'ordre 2

2 Nombres complexes

L'utilisation des nombres complexes pour résoudre des problèmes de géométrie n'est pas un objectif du programme. On utilisera en revanche l'interprétation géométrique pour illustrer des calculs algébriques.

Attention *: aucune règle de calcul ni aucune interprétation géométrique n'a encore été présentée sur la forme exponentielle, seul le calcul de la forme exponentielle d'un nombre complexe a été abordé. L'inégalité triangulaire n'a pas été abordée en classe.*

- forme algébrique, parties réelle et imaginaire
- résolution dans $\mathbb{C}$ d'équations polynomiales de degré 2 à coefficients réels. *Les élèves ne doivent pas utiliser le discriminant pour résoudre $z^2 = a$ avec $a \in \mathbb{R}$.*
- conjugaison, règles de calcul
- $z \in \mathbb{R} \iff z = \overline{z}$, $z \in i\mathbb{R} \iff z = -\overline{z}$
- calcul de la forme algébrique d'un quotient
- notion d'affixe d'un point du plan, interprétation géométrique de la somme, de l'opposé, du conjugué
- module : définition, règles de calcul, le module coïncide avec la valeur absolue sur $\mathbb{R}$, interprétation géométrique : si A et B sont d'affixes z_A et z_B alors $AB = |z_A - z_B|$.
- forme trigonométrique, argument, notation exponentielle. Application aux suites récurrentes linéaires d'ordre 2 (cas $\Delta < 0$).

3 Informatique en langage Python

L'import de bibliothèque n'a pas été vu en classe. En particulier, on écrira les racines carrées avec des puissances 1/2.

- fonction `print`. *On déconseille aux élèves d'utiliser* `print` *à l'intérieur des fonctions.*
- boucle `for` : fonction range, calculs de sommes et de produits, suites récurrentes définies par une relation du type $u_{n+1} = f(u_n)$ ou $u_{n+1} = f(u_n, n)$, suites récurrentes doubles

4 Questions de cours

Les premières minutes de la colle porteront sur une ou plusieurs des questions suivantes :

1. Donner la définition d'une suite arithmétique (ou géométrique) $(u_n)_{n\geq 0}$, puis donner et démontrer la formule donnant l'expression de u_n en fonction de u_0 et de n.
2. Donner l'expression de u_n en fonction de n si (u_n) est une suite arithmético-géométrique choisie par l'examinateur.
3. Donner la valeur de $\lim\limits_{n\to+\infty} q^n$ en fonction de $q \in \mathbb{R}$ et illustrer chacun des quatre cas $q > 1$, $0 < q < 1$, $-1 < q < 0$ et $q < -1$ par un schéma.
4. Écrire une fonction Python `somme` (resp. `produit`) prenant en argument un entier n et renvoyant $\displaystyle\sum_{k=5}^{n} \frac{\sqrt{k}}{k+1}$ (resp. $\displaystyle\prod_{k=2}^{n} \frac{1+k}{2}$) ou de toute autre somme ou produit simple choisi par l'examinateur.
5. Écrire une fonction Python `suite` prenant en argument un entier n et renvoyant u_n où la suite (u_n) est définie par une relation de récurrence simple du type $u_{n+1} = f(u_n)$, $u_{n+1} = f(u_n, n)$, $u_n = f(u_{n-1})$ ou $u_n = f(u_{n-1}, n)$ ou $u_{n+2} = f(u_n, u_{n+1})$.
6. Résoudre sur $\mathbb{C}$ une équation polynomiale de degré 2 à coefficients réels choisie par l'examinateur.
7. Donner la définition du conjugué de $z \in \mathbb{C}$ puis démontrer que : $\forall z, z' \in \mathbb{C}$, $\overline{zz'} = \overline{z}\,\overline{z'}$. Si M est un point d'affixe z, indiquer sur un schéma comment placer le point M' d'affixe $\overline{z}$.
8. Donner la définition du module de $z \in \mathbb{C}$ puis démontrer que : $\forall z, z' \in \mathbb{C}$, $|zz'| = |z|\,|z'|$. Si M est un point d'affixe z, indiquer sur un schéma à quoi correspond géométriquement $|z|$.
9. Déterminer l'expression de u_n en fonction de n où (u_n) est une suite récurrente linéaire d'ordre 2 (cas $\Delta < 0$) choisie par l'examinateur.

Cette semaine, toutes les colles se poursuivront par deux calculs du type suivant :

- Déterminer la forme algébrique d'un nombre complexe (exemples : $\frac{3+i}{1-i}$, $(1-2i)^2\overline{(3+i)}$, $\overline{\left(\frac{1+i}{2-i}\right)}$).
- Déterminer la forme exponentielle d'un nombre complexe z simple choisi par l'examinateur (exemples : $1+i$, $\sqrt{3}-i$) *(note pour les examinateurs : comme les règles de calcul de l'exponentielle complexe n'ont pas encore été données, pas de calculs avec des produits, quotient ou puissances ici).*

La question de cours est noté sur 10 points, le reste des exercices sur 10 autres points.