

**Boucles while****TP6****Exercice 1 Pour s'échauffer**

⌚ 15 min

Q1 Écrire une fonction prenant en argument un entier n et renvoyant le plus petit entier $k \in \mathbb{N}$ tel que $3^k \geq n$. Tester votre fonction.

Q2 Pour $n \in \mathbb{N}^*$ on note $S_n = \sum_{k=1}^n \frac{k}{k+4}$. Écrire une fonction prenant en argument un réel M et renvoyant le plus petit entier $n \in \mathbb{N}^*$ tel que $S_n > M$. On vérifiera que pour $M = 3$ on doit obtenir $n = 7$.

Q3 Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 1$ et $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \frac{15u_n}{u_n + 10}$. On admet que la suite (u_n) est croissante et converge vers 5.

1. Sans ordinateur, faire un dessin à la main représentant l'allure de u_n en fonction de n .
2. Écrire une fonction `seuil` prenant en argument une valeur M et renvoyant le rang n à partir duquel $u_n \geq M$. À partir de quel n a-t-on $u_n \geq 4$? $u_n \geq 4,5$? $u_n \geq 5$?

Exercice 2 À partir d'un certain rang

⌚ 20 min

On considère la suite (u_n) définie par récurrence par $u_0 = 0$ et

$$\forall n \geq 0, u_{n+1} = n(-1)^n + u_n \frac{n-5}{3n+2}$$

Q1 Écrire une fonction `suite` qui prend en argument en entier naturel n et renvoie la valeur de u_n . On vérifiera que `suite(100)` renvoie -75,5.

Q2 Écrire une fonction `audela`, utilisant la fonction `suite`, qui prend en argument une variable `seuil` et qui renvoie le plus petit rang $N \in \mathbb{N}$ tel que $u_N \geq \text{seuil}$. On vérifiera que `audela(10)` renvoie la valeur 13.

Q3 Écrire une fonction `endessous`, utilisant la fonction `suite`, qui prend en argument une variable `seuil` et qui renvoie le plus petit rang $N \in \mathbb{N}$ tel que $u_N < \text{seuil}$. On vérifiera que `endessous(-10)` renvoie la valeur 14.

Q4 Si on s'intéresse à "l'efficacité" des fonctions, était-ce judicieux d'utiliser la fonction `suite` pour les fonctions `audela` et `endessous`? Réécrire ces fonctions de manière plus efficace, et vérifier qu'on obtient bien le même résultat.

Exercice 3 Conjecture de Syracuse

⌚ 20 min

Soit $f : \mathbb{N}^* \rightarrow \mathbb{N}^*$ la fonction définie par

$$f(k) = \begin{cases} \frac{k}{2} & \text{si } k \text{ est pair} \\ 3k + 1 & \text{si } k \text{ est impair} \end{cases}$$

On appelle «*suite de Syracuse d'un entier N* » la suite (u_n) définie par $u_0 = N$ et $u_{n+1} = f(u_n)$ pour tout $n \geq 0$.

Q1 Calculer à la main la suite de Syracuse de 3. Que se passe-t-il lorsque la suite atteint la valeur 1?

💡 Remarque

La conjecture de Syracuse affirme que toutes les suites de Syracuse des entiers positifs atteignent la valeur 1 au bout d'un certain temps. Cette conjecture a été vérifiée pour tous les entiers naturels N inférieurs à 2^{62} , mais on ignore encore si elle est vraie.

Q2 Écrire une fonction `f` prenant en argument un entier $k \geq 1$ et renvoyant $f(k)$.

Q3 Écrire une fonction `syracuse` prenant en argument deux entiers N et n et renvoyant la valeur `syracuse(N, n) =  $u_n$` où (u_n) est la suite de Syracuse de N . On vérifiera que `syracuse(15, 9)` renvoie la valeur 40.

Q4 Écrire une fonction `TempsVol` prenant en argument un entier N et renvoyant la plus petite valeur de n telle que le n -ème terme de la suite de Syracuse de l'entier N vaut 1 (on suppose que ce terme existe, c'est-à-dire que la conjecture est vérifiée). On vérifiera que `TempsVol(15)` renvoie la valeur 17.

Q5 Tracer les valeurs de `TempsVol(N)` en fonction de N pour $1 \leq N \leq 1000$.

💡 Remarque

Pour tracer un graphique, on importera la bibliothèque `matplotlib.pyplot` en écrivant en amont du code :

```
1 import matplotlib.pyplot as plt
```

On pourra ensuite dessiner les points du graphique un par un en utilisant la commande `plt.plot(x, y, 'bo')` pour tracer un point bleu aux coordonnées (x, y) .

Q6 Que se passe-t-il si on choisit $N < 0$? On pourra consulter la vidéo du youtubeur “El Jj” sur le sujet : <https://www.youtube.com/watch?v=BP2G28694z8>.

Consignes rendu de TP :

Vous devez rendre ce TP sous **format PDF** dans le dossier de **restitution de devoirs** de votre session personnelle : merci de suivre les indications ci-dessous. Aucun document d'un autre format que PDF et aucun document envoyé par mail ne sera accepté.

Étapes à suivre :

- Écrire votre nom en commentaire sur la première ligne de votre fichier,
- Dans Spyder, cliquez sur “Tools” dans la barre de menu en haut,
- Choisissez “Preferences”, une boîte de dialogue s'ouvre,
- Dans cette boîte de dialogue, changez le “syntax highlighting theme” en “Minimal”,
- Cliquez sur “OK”,
- Spyder vous demande si vous souhaitez redémarrer le logiciel : cliquez sur “No”,
- Cliquez sur “File”, puis “Print” et choisir “Microsoft print to PDF”,
- Cliquez sur “Imprimer”, une boîte de dialogue s'ouvre pour choisir l'emplacement et le nom du fichier à enregistrer,
- Sélectionnez le dossier “Restitution de devoirs” à gauche de la boîte de dialogue, puis le dossier “TP6 info”
- Modifiez le nom de votre fichier en : “Nom-de-famille_Prenom_TP6” et enregistrez-le!