NOM :

PRENOM :

Note sur 10 :

Question 1 (/4pts).

1. Soit $u : D \longrightarrow \mathbb{R}$. Donner la définition de "u est paire"

   • D est symétrique par rapport à 0 (i.e. $\forall x \in D, -x \in D$)

   et • $\forall x \in D,\ u(-x) = u(x)$

2. Soit $g : [0,1] \longrightarrow \mathbb{R}$. Donner la définition de "g est décroissante sur $[0,1]$".

   $\forall x, y \in [0,1],\ (x \leq y \Rightarrow g(x) \leq g(y))$

3. Soit $h : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ une fonction dérivable en -1. Donner l'équation de la tangente au graphe de h en -1.

   $y = h(-1) + h'(-1)(x+1)$

4. Soit $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$. Donner la définition de "f admet un maximum global en 0".

   $\forall x \in \mathbb{R},\ f(x) \leq f(0)$

Question 2 (/6pts).
Dérivez les fonctions suivantes, on ne demande pas de préciser l'ensemble de dérivabilité.

1. $f : x \longmapsto \dfrac{1}{x^2}$
2. $g : x \longmapsto \ln(1+\sqrt{x})$
3. $h : x \longmapsto \dfrac{e^{2x}-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}$

1) $f(x) = x^{-2}$ donc
$f'(x) = -2x^{-2-1} = \dfrac{-2}{x^3}$

n.b : utiliser les formules $\left(\dfrac{1}{u}\right)' = \dfrac{-u'}{u^2}$ ou $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v-uv'}{v^2}$ n'a pas été accepté pour cette question. Utilisez la technique la plus rapide !

2) $g'(x) = \dfrac{\frac{1}{2\sqrt{x}}}{1+\sqrt{x}} = \dfrac{1}{2(\sqrt{x}+x)}$

3) $h'(x) = \dfrac{(2e^{2x}+e^{-x})(e^x+e^{-x}) - (e^{2x}-e^{-x})(e^x-e^{-x})}{(e^x+e^{-x})^2}$

$= \dfrac{2e^{3x}+2e^x+1+e^{-2x}-(e^{3x}-e^x-1+e^{-2x})}{(e^x+e^{-x})^2}$

$= \dfrac{e^{3x}+3e^x+2}{(e^x+e^{-x})^2}$

NOM :

PRENOM :

Note sur 10 :

Question 1 (/4pts).

1. Soit $v : D \longrightarrow \mathbb{R}$. Donner la définition de "v est impaire"

   • D est symétrique par rapport à 0 (i.e. $\forall x \in D, -x \in D$)

   et • $\forall x \in D,\ v(-x) = -v(x)$

2. Soit $h : [-1, 1] \longrightarrow \mathbb{R}$. Donner la définition de "h est strictement décroissante sur $[-1, 1]$".

   $\forall x, y \in [-1, 1],\ (x < y \Rightarrow h(x) > h(y))$

3. Soit $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ une fonction dérivable en -2. Donner l'équation de la tangente au graphe de f en -2.

   $y = f(-2) + f'(-2)(x+2)$

4. Soit $g : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$. Donner la définition de "g admet un maximum global en 2".

   $\forall x \in \mathbb{R},\ g(x) \leq g(2)$

Question 2 (/6pts).
Dérivez les fonctions suivantes, on ne demande pas de préciser l'ensemble de dérivabilité.

1. $f : x \longmapsto \dfrac{1}{x^3}$
2. $g : x \longmapsto \sqrt{2+\cos(x)}$
3. $h : x \longmapsto \dfrac{e^{-2x} - e^{x}}{e^{x} + e^{-x}}$

1) $f(x) = x^{-3}$ donc $f'(x) = -3x^{-3-1} = -\dfrac{3}{x^4}$

<u>n.b</u> : Utiliser les formules $\left(\dfrac{1}{u}\right)' = \dfrac{-u'}{u^2}$ ou $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v - uv'}{v^2}$ n'était pas accepté pour cette question. Utilisez la méthode la plus rapide !

2) $g'(x) = \dfrac{-\sin(x)}{2\sqrt{2+\cos(x)}}$

3) $h'(x) = \dfrac{(-2e^{-2x} - e^{x})(e^{x} + e^{-x}) - (e^{-2x} - e^{x})(e^{x} - e^{-x})}{(e^{x}+e^{-x})^2}$

$= \dfrac{-2e^{-x} - 2e^{-3x} - e^{2x} - 1 - (e^{-x} - e^{-3x} - e^{2x} + 1)}{(e^{x}+e^{-x})^2}$

$= \dfrac{-e^{-3x} - 3e^{-x} - 2}{(e^{x}+e^{-x})^2}$

NOM :

PRENOM :

Note sur 10 :

Question 1 (/4pts).

1. Soit $h : D \longrightarrow \mathbb{R}$. Donner la définition de "h est impaire"

• D est symétrique par rapport à 0 (i.e. $\forall x \in D, -x \in D$)

et • $\forall x \in D, \ h(-x) = -h(x)$

2. Soit $g : \mathbb{R}^+ \longrightarrow \mathbb{R}$. Donner la définition de "g est strictement croissante sur $\mathbb{R}^+$".

$\forall x, y \in \mathbb{R}^+, \ (x < y \Rightarrow g(x) < g(y))$

3. Soit $v : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ une fonction dérivable en -3. Donner l'équation de la tangente au graphe de v en -3.

$y = v(-3) + v'(-3)(x+3)$

4. Soit $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$. Donner la définition de "f admet un minimum global en 1".

$\forall x \in \mathbb{R}, \ f(x) \geq f(1)$

Question 2 (/6pts).
Dérivez les fonctions suivantes, on ne demande pas de préciser l'ensemble de dérivabilité.

1. $f : x \longmapsto \dfrac{1}{x^4}$
2. $g : x \longmapsto \cos(\ln(x))$
3. $h : x \longmapsto \dfrac{e^x - e^{-x}}{e^{2x} + e^{-x}}$

1) $f(x) = x^{-4}$ donc
$f'(x) = -4x^{-4-1} = \dfrac{-4}{x^5}$

n.b : Utiliser les formules $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v - uv'}{v^2}$ ou $\left(\dfrac{1}{u}\right)' = \dfrac{-u'}{u^2}$ ne rapportait pas de point ici : Utilisez les formules les plus rapides !

2) $g'(x) = \dfrac{1}{x} \times (-\sin(\ln(x)) = \dfrac{-\sin(\ln(x))}{x}$

3) $$h'(x) = \frac{(e^x + e^{-x})(e^{2x} + e^{-x}) - (e^x - e^{-x})(2e^{2x} - e^{-x})}{(e^{2x} + e^{-x})^2}$$

$$= \frac{e^{3x} + 1 + e^x + e^{-2x} - (2e^{3x} - 1 - 2e^x + e^{-2x})}{(e^{2x} + e^{-x})^2}$$

$$= \frac{-e^{3x} + 2 + 3e^x}{(e^{2x} + e^{-x})^2}$$