TANGENTE (tan)

1. Définition et Domaine:

$D = \mathbb{R} \setminus \{\pi/2 + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. $= D'$

$A = \mathbb{R}$.

$\tan(x) = \dfrac{\sin(x)}{\cos(x)}$

2. Propriétés:

Impaire ($\tan(-x) = -\tan(x)$). π-périodique.

Continuité: sur D.

Limites: $\lim\limits_{x \to (\frac{\pi}{2})^-} \tan(x) = +\infty$, $\lim\limits_{x \to (\frac{\pi}{2})^+} \tan(x) = -\infty$.

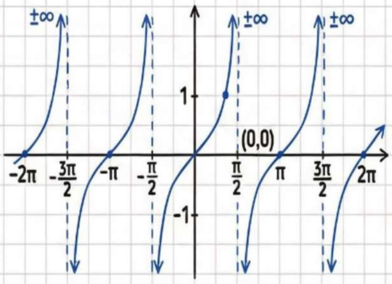
Asymptotes verticales $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi$.

3. Formules Clés:

$\tan'(x) = 1 + \tan^2(x) = \dfrac{1}{\cos^2(x)}$

$\tan(0) = 0$, $\tan\left(\dfrac{\pi}{4}\right) = 1$, $\tan(\pi) = 0$

4. Graphique:



5. Images et Antécédents:

Pour tout $y \in \mathbb{R}$, l'équation $\tan(x) = y$ admet une infinité de solutions.

Dans $]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$, $x = \arctan(y)$.

ARCTANGENTE (arctan)

1. Définition et Domaine:

$D = \mathbb{R}$. $= D'$

$A =]-\pi/2, \pi/2[$.

arctan(x) est la fonction réciproque de tan(x) restreinte à $]-\pi/2, \pi/2[$.

2. Propriétés:

Impaire ($\arctan(-x) = -\arctan(x)$). Non périodique.

Continuité: sur $\mathbb{R}$.

Limites: $\lim\limits_{x \to +\infty} \arctan(x) = \dfrac{\pi}{2}$, $\lim\limits_{x \to -\infty} \arctan(x) = -\dfrac{\pi}{2}$

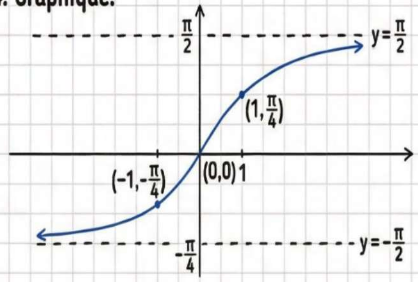
Asymptotes horizontales $y = \pi/2$ et $y = -\pi/2$.

3. Formules Clés:

$\arctan'(x) = \dfrac{1}{1 + x^2}$

$\arctan(0) = 0$, $\arctan(1) = \dfrac{\pi}{4}$

4. Graphique:



5. Images et Antécédents:

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $y = \arctan(x)$ est l'unique angle $y \in]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$ tel que $\tan(y) = x$.

COSINUS (cos)

1. Définition et Domaine:

$D = \mathbb{R}$. $= D'$

$A = [-1, 1]$.

cos(x) est l'abscisse du point M sur le cercle trigonométrique.

2. Propriétés:

Paire ($\cos(-x) = \cos(x)$). 2π-périodique.

Continuité: sur $\mathbb{R}$.

Limites: Pas de limite en $\pm\infty$.

Bornée entre -1 et 1.

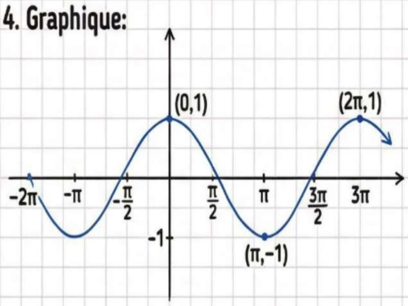
3. Formules Clés:

$\cos'(x) = -\sin(x)$.

$\cos(0) = 1$, $\cos\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = 0$, $\cos(\pi) = -1$, $\cos(2\pi) = 1$.

$\cos\left(\dfrac{\pi}{3}\right) = \dfrac{1}{2}$

4. Graphique:



5. Images et Antécédents:

Pour tout $y \in [-1, 1]$, l'équation $\cos(x) = y$ admet une infinité de solutions.

Dans $[0, \pi]$, $x = \arccos(y)$.

VALEUR ABSOLUE (abs)

1. Définition et Domaine:

$D = \mathbb{R}$. | $D' = \mathbb{R}^*$

$A = \mathbb{R}^+$

$\text{abs}(x) = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$

2. Propriétés:

Paire ($\text{abs}(-x) = \text{abs}(x)$).

Continuité sur $\mathbb{R}$.

Limites: $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \text{abs}(x) = +\infty$

3. Formules Clés:

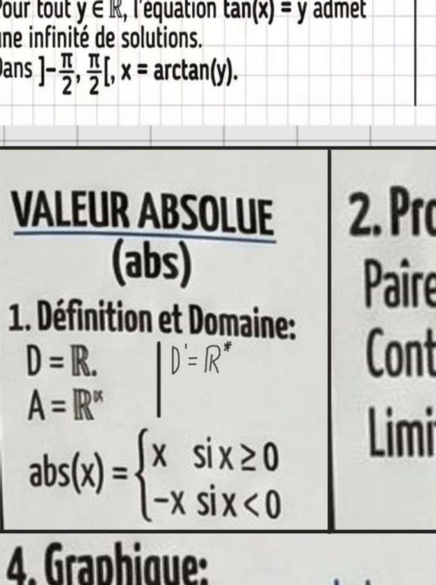
$\text{abs}'(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x > 0 \\ -1 & \text{si } x < 0 \end{cases}$

Non dérivable en 0.

$\text{abs}(0) = 0$, $\text{abs}(1) = 1$.

$\text{abs}(-1) = 1$.

4. Graphique:



ce "pic" illustre que n'est pas dérivable en 0

5. Images et Antécédents:

Pour tout $y \in \mathbb{R}$, l'équation $\text{abs}(x) = y$ admet :

0 solution si $y < 0$

1 solution si $y = 0$ ($x = 0$)

2 solutions si $y > 0$

($x = y$ et $x = -y$)