Programme de colles : semaine 14, du 19/1 au 23/1

Les nouveautés par rapport à la semaine précédente sont en bleu.

1 Systèmes linéaires

Aucune interprétation géométrique n'a été abordée en classe.

- définition d'un système linéaire, système homogène, échelonné, triangulaire, de Cramer, compatible
- résolution d'un système échelonné, notion de variables principales et auxiliaires
- algorithme du pivot de Gauss
- notion d'équation de compatibilité
- structure de l'ensemble des solutions : l'ensemble des solutions d'un système homogène est stable par addition et par multiplication par un scalaire ; les solutions d'un système quelconque s'écrivent comme solution particulière + solutions du système homogène
- exemples de systèmes linéaires dépendant d'un paramètre dans le second membre et/ou dans les coefficients
- notion de rang d'un système linéaire, un système carré de taille p est de Cramer si et seulement s'il est de rang p
- exemples de calcul du rang d'un système linéaire en fonction d'un paramètre dans les coefficients

2 Applications

Dans tout ce qui suit $f : E \longrightarrow F$. On ne fait pas de distinction entre fonction et application. La notion d'image réciproque d'une partie de l'ensemble d'arrivée n'est pas un attendu du programme. Conformément au programme, on évitera tout "excès de formalisme" impliqué par des exercices trop abstraits.

- notion d'application, ensembles de définition et d'arrivée, image et antécédent, représentation graphique dans le cas d'une fonction numérique. On note F^E l'ensemble des fonctions de E dans F
- composition, on note id_E la fonction identité sur E
- image directe $f(A)$ d'un ensemble $A \subset E$, détermination graphique dans le cas d'une fonction numérique. On note $Im(f) = f(E)$
- injectivité/surjectivité : savoir montrer qu'une fonction est ou n'est pas injective/surjective.
- la fonction $f : E \longrightarrow Im(f)$ est toujours surjective
- bijectivité : savoir montrer qu'une fonction f est bijective en montrant que pour tout $y \in F$ l'équation $f(x) = y$ admet une unique solution $x \in E$
- théorème de la bijection : si $f : I \longrightarrow \mathbb{R}$ est une fonction strictement monotone sur un intervalle $I \subset \mathbb{R}$ alors f est injective, de plus si f est continue sur I alors $J = f(I)$ est un intervalle et $f : I \longrightarrow J$ est une bijection.
- on note $f^{-1} : F \longrightarrow E$ la bijection réciproque d'une bijection $f : E \longrightarrow F$. Savoir déterminer l'expression d'une bijection réciproque en résolvant pour $y \in F$ l'équation $f(x) = y$ d'inconnue $x \in E$
- si $f : E \longrightarrow F$ est bijective alors on a $f \circ f^{-1} = id_F$ et $f^{-1} \circ f = id_E$. ***Attention, aucune autre propriété des bijections réciproques n'a été vue en classe pour l'instant.***

3 Informatique en langage Python

Chaînes de caractères :

- accès aux éléments, concaténation, fonction `len`, caractère non mutable
- parcours par indices et par éléments
- création d'une chaîne depuis la chaîne vide `c = ""` par ajouts successifs `c = c + ...`
- fonction `print`
- lecture et écriture dans un fichier. *Si un exercice concernant la lecture ou l'écriture dans un fichier est donné, toutes les commandes utiles seront rappelées.*

4 Questions de cours

Cette semaine, toutes les colles devront comporter les points suivants :

A) une résolution d'un système linéaire à n équations et p inconnues ($n, p \in \{2, 3, 4\}$) sans paramètres

B) un calcul de primitive similaire à ceux de l'exercice 1 de la feuille de remédiation 8 :
https://cahier-de-prepa.fr/bcpst1b-berthelot/download?id=6801
Attention : pas de primitives de la forme** $u'f(u)$ **cette semaine à l'exception du cas où** u **est une fonction affine.

C) une question de cours issue de la liste ci-dessous

D) exercices sur le programme

Les premières minutes de la colle porteront sur une ou plusieurs des questions suivantes :

1. Soit $f : E \longrightarrow F$. Donner la définition de "f est injective" et/ou de "f est surjective" et/ou de "f est bijective".
2. Donner un exemple de fonction qui soit à la fois (non) surjective et (non) injective *(avec des parenthèses choisies par l'examinateur).*
3. Tracer le graphe d'une fonction $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ telle que : $f(2) = 1$, 1 est un antécédent de 3 par f et 4 n'a pas d'antécédent par f *(ou toutes autres conditions similaires choisies par l'examinateur).*
4. Soient $f : E \longrightarrow F$ et $g : F \longrightarrow G$. Après avoir rappelé les ensembles de départ et d'arrivée de $g \circ f$, montrer un des deux énoncés suivants (au choix de l'examinateur) :
   (a) si $g \circ f$ est injective alors f est injective,
   (b) si $g \circ f$ est surjective alors g est surjective.
5. Écrire une fonction `nombre_a` prenant en argument une chaîne de caractères `c` et renvoyant le nombre de fois que `c` contient la lettre `a`. Par exemple `nombre_a("banane")` doit renvoyer 2. On utilisera un parcours par éléments. *(cf TP 13)*
6. Écrire une fonction `place_a` prenant en argument une chaîne de caractères `c` et renvoyant la liste des indices auxquels `c` contient la lettre `a`. Par exemple `place_a("banane")` doit renvoyer `[1,3]`. *(cf TP 13)*

Les questions de cours sont notées sur 10 points, le reste des exercices sur 10 autres points.