

**Exercice 1 Divers**

Q1 Écrire une fonction prenant en argument $n \in \mathbb{N}$ et renvoyant $S_n = \sum_{k=1}^n \frac{k^2 + 1}{k^3 + 1}$. On vérifiera que $S_5 \simeq 2.3806$.

Q2 Soit (u_n) la suite définie par $u_1 = 2$ et $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $u_{n+1} = n + \frac{1}{u_n}$. Écrire une fonction prenant en argument n et renvoyant u_n . On vérifiera que $u_5 \simeq 4.2963$.

Q3 Soit (v_n) la suite définie par : $v_0 = v_1 = 4$ et $\forall n \in \mathbb{N}$, $v_{n+2} = 3v_{n+1} - v_n$. Écrire une fonction prenant en argument n et renvoyant la liste $[v_0, v_1, \dots, v_n]$. Par exemple pour $n = 5$ on doit obtenir $[4, 4, 8, 20, 52, 136]$.

Q4 Au début de l'an 2025, la population mondiale est estimée à environ 8,08 milliards d'habitants. Elle augmente d'environ 1,12 % chaque année. Écrire un programme qui renvoie l'année à laquelle la population mondiale dépasse 10 milliards. On vérifiera la valeur trouvée avec son voisin.

Q5 Dans cette question, on manipule des listes dont les éléments sont des chaînes de caractères. Par exemple la liste $L = ["Biologie", "Chimie", "Physique", "Sciences et vie", "Terre"]$. Écrire une fonction qui prend en argument une telle liste et qui revoie son *acronyme* c'est-à-dire la chaîne de caractères dont les éléments sont les initiales de chaque terme. Par exemple, avec la liste L ci-dessus, *acronyme(L)* doit renvoyer "BCPST". *On utilisera un parcours par éléments.*

Exercice 2 Calcul de moyennes

M. Ducallia stocke les notes d'un de ses élèves dans une liste Python L .

Q1 Par erreur, il est possible qu'il ait mis une ou plusieurs notes supérieures à 20 à cet élève. Il souhaite corriger cela en remplaçant toutes les notes supérieures à 20 par 20. Écrire une fonction prenant en argument L et la renvoyant après avoir effectué cette modification.

Q2 Pour avantager son élève, M. Ducallia décide finalement d'enlever toutes les notes en dessous de 10, mais de les conserver dans une autre liste pour mémoire. Écrire une fonction prenant en argument L qui supprime toutes les notes en dessous de 10 et les stocke dans une autre liste. Votre fonction renverra la liste L modifiée et la liste des notes inférieures à 10. *Consigne importante : on parcourera la liste L du dernier élément au premier élément.*

Q3 Pour avantager son élève encore plus, M. Ducallia ne souhaite pas prendre en compte sa plus mauvaise note dans le calcul de la moyenne. Écrire une fonction prenant en argument L qui supprime la plus mauvaise note et renvoie la moyenne sans cette note.

Q4 Finalement, M. Ducallia décide de calculer la moyenne de la manière suivante :

- remplacer les notes supérieures à 20 par 20, puis
- supprimer toutes les notes inférieures à 10, puis
- supprimer la plus mauvaise note restante, puis
- calculer la moyenne des notes restantes et enfin :
- soustraire à cette moyenne le nombre de notes inférieures à 10.

En utilisant les fonctions précédentes, écrire une fonction calculant la moyenne de l'élève.

Exercice 3 Faj Hjxfw !

Lorsqu'on dispose d'un texte, il peut être intéressant d'étudier la fréquence d'apparition de chacune des lettres de l'alphabet dans celui-ci.

Q1 Écrire une fonction `frequence` prenant en argument un texte et une lettre et renvoyant la fréquence d'apparition de la lettre dans le texte. Par exemple, `frequence("banane", "a")` doit renvoyer $\frac{2}{6} = 0,3333$ car il y a deux `a` parmi les six lettres du texte "banane".

Récupérez une variable `alphabet` contenant une chaîne de caractères dont les éléments sont toutes les lettres de l'alphabet via la commande suivante :

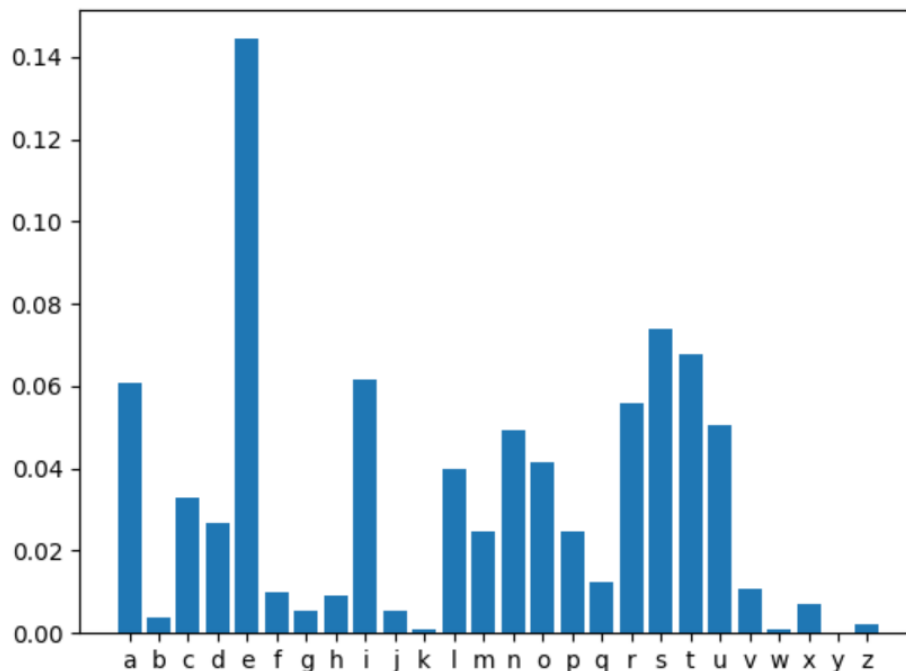
```
1 import string
2 alphabet = string.ascii_lowercase
```

Q2 Vérifiez le contenu de la variable `alphabet`.

Q3 Écrire une fonction `list_frequence` prenant en argument un texte et renvoyant la liste dont les éléments sont les fréquences d'apparition de chacune des lettres de l'alphabet dans le texte. Ainsi, `list_frequence(texte)` doit renvoyer une liste dont le premier élément est la fréquence d'apparition de la lettre `a` dans `texte`, le deuxième celle de la lettre `b`, etc.

Pour tester votre fonction, on propose d'utiliser un texte fourni sous forme d'un fichier `.txt` sur cahier de prépa. Téléchargez le fichier `TP13donnees.txt` sur cahier de prépa et ouvrez-le avec le "bloc note". Récupérez ensuite la deuxième ligne de ce fichier pour tester votre fonction (soit avec ce qu'on a appris dans l'exercice 3, soit en faisant un simple copier-coller).

Q4 Tester votre fonction avec le texte fourni. Tracer alors le graphe présentant la fréquence d'apparition des lettres dans ce texte sous forme d'un histogramme. Pour tracer un histogramme "en bâtons" on utilisera la commande `plt.bar(absi, ordo)` à la place de `plt.plot(absi, ordo)`. *Vous devez obtenir le dessin ci-dessous.*



Sur ce graphe, on constate sans surprise que la lettre `e` est de loin la plus utilisée en Français. Cette remarque peut être utilisée pour décrypter un code appelé "chiffrement de César".

Un chiffrement de César est une méthode de cryptographie consistant à coder un texte en décalant chacune de ses lettres d'un nombre fixé de lettres vers la droite. Pour les lettres de la fin de l'alphabet, on reprend l'alphabet au début. Par exemple, si on décide de choisir un décalage de 5 alors tous les a du texte initial seront transformés en f , tous les b en g , tous les c en h , etc. En fin d'alphabet, les u sont transformés en z , puis les v en a , les w en b , etc. On peut représenter cela en complétant le tableau de correspondance des lettres :

message initial	A	B	C	D	...	T	U	V	W	X	Y	Z
message codé	F	G	H	I	...	Y	Z	A	B	C	D	E

Q5 *Question sans ordinateur.* Si on choisit un décalage de 5, comment est codé le message "ave cesar" ?

Q6 *Question sans ordinateur.* Toujours pour un décalage de 5, si une lettre du message initial est à la position k dans l'alphabet ($k \in [0, 25]$ puisqu'il y a 26 lettres dans l'alphabet Français), quel sera, en fonction de k , la position de la lettre correspondante dans le message codé ? Comment écrire cela rapidement en Python grâce à une opération sur les entiers ? *On utilisera la commande %.*

Q7 Écrire une fonction `indice` prenant en argument une lettre de l'alphabet et renvoyant son indice dans l'alphabet (c'est-à-dire dans la chaîne de caractères `alphabet`). Par exemple, `indice("e")` doit renvoyer 4.

Q8 Écrire une fonction `codage` prenant en argument un texte et un nombre entier correspondant au décalage à effectuer et renvoyant le texte codé correspondant. Par exemple, `codage("ave cesar", 5)` doit renvoyer "faj hjxfw".

Supposons maintenant ne pas connaître le décalage utilisé pour coder le message. Pour décoder le message, on peut, si le texte est assez long, utiliser une approche fréquentielle. En analysant les fréquences d'apparition des lettres de l'alphabet dans le message codé, on peut repérer la lettre la plus utilisée. Si le message est écrit en Français, cette lettre est sûrement le e . Cela nous permet alors de trouver le décalage utilisé et donc de décoder le message.

Q9 Décodez le message mystère donné à la quatrième ligne du fichier `TP19donnees.text`. *On ne demande pas d'écrire une fonction permettant de décoder n'importe quel message, mais d'utiliser les questions précédentes pour décoder ce message en particulier.*