

TD 10 : exo 13 : éléments de correction

- 1) $g'_n(x) = n + e^x > 0$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{par le th' de la bijection on en déduit que} \\ g_n: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \text{ est une bijection et que } v_n = g_n^{-1}(0). \end{array} \right.$
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} g_n(x) = +\infty$
 $\lim_{x \rightarrow -\infty} g_n(x) = -\infty$
- 2) $g_n(0) = -1 < 0 < 1 - e^{-\frac{1}{n}} = g_n(\frac{1}{n})$. Or g_n^{-1} $\nearrow$ donc $0 < v_n < \frac{1}{n} \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} 0$
- 4) $g_n(v_n) = 0 = nv_n - e^{-v_n}$ donc $v_n = \frac{e^{-v_n}}{n}$ | 3) donc par théorème d'encadrement $v_n \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} 0$
- 5) $v_n \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} 0$ donc $e^{-v_n} \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} 1$ donc $e^{-v_n} \sim 1$ donc $\frac{e^{-v_n}}{n} \sim \frac{1}{n}$ donc $v_n \sim \frac{1}{n}$.