NOM :

PRENOM :

Question 1 (/2 pts).
Énoncer le théorème des valeurs intermédiaires (on ne demande pas de l'illustrer sur un schéma).

Soit $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ une fonction continue et soit k un nombre réel compris entre $f(a)$ et $f(b)$. Alors il existe $c \in [a,b]$ tel que $f(c) = k$.

Question 2 (/1 pt).
Quelles sont les primitives de $f : x \longmapsto \dfrac{1}{x^2}$ sur $\mathbb{R}_*^+$?

$\left(\frac{1}{x^2} = x^{-2} \ ; \ \frac{1}{-1}x^{-1} = -\frac{1}{x}\right)$

Ce sont les fonctions $F : x \mapsto -\frac{1}{x} + c$ pour $c \in \mathbb{R}$.

Question 3 (/2 pts).
Calculer les intégrales suivantes :

1. $I = \displaystyle\int_0^1 e^{-x}\,dx$

$= \left[-e^{-x}\right]_0^1 = -e^{-1} - (-e^{-0}) = 1 - \frac{1}{e}$

2. $J = \displaystyle\int_0^1 \frac{2x}{1+x^2}\,dx$

$= \left[\ln(1+x^2)\right]_0^1 = \ln(1+1^2) - \ln(1+0^2) = \ln(2)$

NOM :

PRENOM :

Question 4 (/2 pts).
Énoncer le théorème de Rolle (on ne demande pas de l'illustrer sur un schéma).

Soit $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ une fonction.
Si f est continue sur $[a,b]$, dérivable sur $]a,b[$, et si $f(a) = f(b)$,
alors il existe $c \in]a,b[$ tel que $f'(c) = 0$.

Question 5 (/1 pt).
Quelles sont les primitives de $f : x \longmapsto \dfrac{1}{x^3}$ sur $\mathbb{R}_*^+$?

$\left(\frac{1}{x^3} = x^{-3} \ ; \ \frac{1}{-2}x^{-2} = -\frac{1}{2x^2}\right)$

Ce sont les fonctions $F : x \mapsto -\dfrac{1}{2x^2} + c$ pour $c \in \mathbb{R}$.

Question 6 (/2 pts).
Calculer les intégrales suivantes :

1. $I = \displaystyle\int_0^{\pi/4} \sin(2x)\, dx$

$$= \left[-\frac{1}{2}\cos(2x)\right]_0^{\pi/4} = -\frac{1}{2}\cos\left(2\frac{\pi}{4}\right) - \left(-\frac{1}{2}\cos(0)\right) = \frac{\cos(0) - \cos\left(\frac{\pi}{2}\right)}{2} = \frac{1}{2}$$

2. $J = \displaystyle\int_0^1 \frac{3x^2}{1+x^3}\, dx$

$$= \left[\ln(1+x^3)\right]_0^1 = \ln(1+1^3) - \ln(1+0^3) = \ln(2)$$

NOM :

PRENOM :

Question 7 (/2 pts).
Énoncer le théorème des accroissements finis (on ne demande pas de l'illustrer sur un schéma).

Soit $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ une fonction.
Si f est continue sur $[a,b]$ et dérivable sur $]a,b[$ alors il existe $c \in]a,b[$ tel que $f'(c) = \dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$

Question 8 (/1 pt).
Quelles sont les primitives de $f : x \longmapsto \dfrac{1}{x^4}$ sur $\mathbb{R}_*^+$?

$\left(\dfrac{1}{x^4} = x^{-4} \quad ; \quad \dfrac{1}{-3}x^{-3} = -\dfrac{1}{3x^3}\right)$

Ce sont les fonctions $F : x \mapsto -\dfrac{1}{3x^3} + c$ pour $c \in \mathbb{R}$.

Question 9 (/2 pts).
Calculer les intégrales suivantes :

1. $I = \displaystyle\int_0^{\pi/2} \cos(2x)\, dx$

$= \left[\dfrac{1}{2}\sin(2x)\right]_0^{\pi/2} = \dfrac{1}{2}\sin\left(2\dfrac{\pi}{2}\right) - \dfrac{1}{2}\sin(0) = \dfrac{\sin(\pi)-\sin(0)}{2} = 0$

2. $J = \displaystyle\int_1^{e} \frac{\ln(x)}{x}\, dx$ $\left(u(x) = \ln(x) \; ; \; \dfrac{\ln(x)}{x} = u'(x)u(x) \; ; \text{ on intègre en } \dfrac{u^2(x)}{2}\right)$

$= \left[\dfrac{1}{2}(\ln(x))^2\right]_1^e = \dfrac{1}{2}(\ln(e))^2 - \left(\dfrac{1}{2}\ln(1)\right)^2 = \dfrac{1}{2}.$