NOM :

PRENOM :

Question 1 (/2 pts). Calculer $\int_1^2 \frac{1}{x^4}\,dx$ par primitivation directe.

$$\int_1^2 \frac{1}{x^4}dx = \left[-\frac{1}{3x^3}\right]_1^2 = -\frac{1}{3\times 2^3} + \frac{1}{3\times 1^3} = \frac{1}{3}\left(1-\frac{1}{8}\right) = \frac{7}{24}$$

$$\left(\frac{1}{x^4} = x^{-4} \ ; \ \frac{x^{-3}}{-3} = -\frac{1}{3x^3}\right)$$

Question 2 (/4 pts). Calculer $\int_{-1}^2 te^{-2t}\,dt$ via une intégration par parties.

Posons $u(t) = t$ et $v(t) = -\frac{1}{2}e^{-2t}$; alors $u'(t) = 1$ et $v'(t) = e^{-2t}$

Comme u et v sont $\mathcal{C}^1$ sur $[-1,2]$ on a par intégration par parties :

$$\int_{-1}^2 te^{-2t}dt = \left[-\frac{t}{2}e^{-2t}\right]_{-1}^2 - \int_{-1}^2 -\frac{1}{2}e^{-2t}dt$$

$$= -e^{-4} - \frac{1}{2}e^2 + \frac{1}{2}\left[-\frac{1}{2}e^{-2t}\right]_{-1}^2$$

$$= -e^{-4} - \frac{1}{2}e^2 - \frac{1}{4}e^{-4} + \frac{1}{4}e^2$$

$$= -\frac{5}{4}e^{-4} - \frac{1}{4}e^2$$

Question 3 (/4 pts). Calculer $\int_{\pi^2}^{4\pi^2} \frac{\sin(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}\,dx$ via le changement de variables $u = \sqrt{x}$.

On a $du = \frac{1}{2\sqrt{x}}dx$ donc $\frac{\sin(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}dx = 2\sin(u)du$.

De plus, si $x = \pi^2$ alors $u = \sqrt{\pi^2} = \pi$.

si $x = 4\pi^2$ alors $u = \sqrt{4\pi^2} = 2\pi$

Ainsi par changement de variables :

$$\int_{\pi^2}^{4\pi^2} \frac{\sin(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}dx = \int_\pi^{2\pi} 2\sin(u)du = 2\left[-\cos(u)\right]_\pi^{2\pi}$$

$$= -2\cos(2\pi) + 2\cos(\pi)$$

$$= -2 - 2$$

$$= -4$$