

NOM :

PRENOM :

**Question 1.** Soient  $G$  et  $H$  deux  $\mathbb{K}$ -espaces vectoriels et soit  $\phi \in \mathcal{L}(G, H)$ .

1. à propos du noyau... ( /2pts)

(a) Donner la définition de  $\text{Ker}(\phi)$ .

(b) Compléter l'équivalence :

$$\phi \text{ est injective} \iff$$

2. à propos de l'image... ( /2pts)

(a) Donner la définition de  $\text{Im}(\phi)$ .

(b) Compléter l'équivalence :

$$\phi \text{ est surjective} \iff$$

3. à propos du rang... ( /2pts)

(a) Donner la définition de  $\text{rg}(\phi)$ .

(b) On rappelle que  $\phi \in \mathcal{L}(G, H)$ , et on note  $q = \dim(G)$  et  $r = \dim(H)$ . Cocher les 2 équivalences correctes :

$\phi$  est surjective  $\iff \text{rg}(\phi) = q$

$\phi$  est injective  $\iff \text{rg}(\phi) = q$

$\phi$  est surjective  $\iff \text{rg}(\phi) = r$

$\phi$  est injective  $\iff \text{rg}(\phi) = r$

**Question 2** ( /4pts).

Soit  $f$  l'application suivante :

$$\begin{aligned} f &: \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^3 \\ &: (x, y) \longmapsto (x + 2y, -y, -3x - y) \end{aligned}$$

1. Montrer que  $f$  est linéaire.

2. Déterminer  $\text{rg}(f)$ .

3. L'application  $f$  est-elle injective ? surjective ? bijective ?

NOM :

PRENOM :

**Question 1.** Soient  $V$  et  $W$  deux  $\mathbb{K}$ -espaces vectoriels et soit  $\phi \in \mathcal{L}(V, W)$ .

1. à propos du noyau... ( /2pts)

(a) Donner la définition de  $\text{Ker}(\phi)$ .

(b) Compléter l'équivalence :

$$\phi \text{ est injective} \iff$$

2. à propos de l'image... ( /2pts)

(a) Donner la définition de  $\text{Im}(\phi)$ .

(b) Compléter l'équivalence :

$$\phi \text{ est surjective} \iff$$

3. à propos du rang... ( /2pts)

(a) Donner la définition de  $\text{rg}(\phi)$ .

(b) On rappelle que  $\phi \in \mathcal{L}(V, W)$ , et on note  $d = \dim(V)$  et  $q = \dim(W)$ . Cocher les 2 équivalences correctes :

$\phi$  est surjective  $\iff \text{rg}(\phi) = q$

$\phi$  est injective  $\iff \text{rg}(\phi) = q$

$\phi$  est surjective  $\iff \text{rg}(\phi) = d$

$\phi$  est injective  $\iff \text{rg}(\phi) = d$

**Question 2** ( /4pts).

Soit  $f$  l'application suivante :

$$\begin{aligned} f &: \mathbb{R}^3 &\longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ &: (x, y, z) &\longmapsto & (x + 2y + z, -x - 2z) \end{aligned}$$

1. Montrer que  $f$  est linéaire.

2. Déterminer  $\text{rg}(f)$ .

3. L'application  $f$  est-elle injective ? surjective ? bijective ?